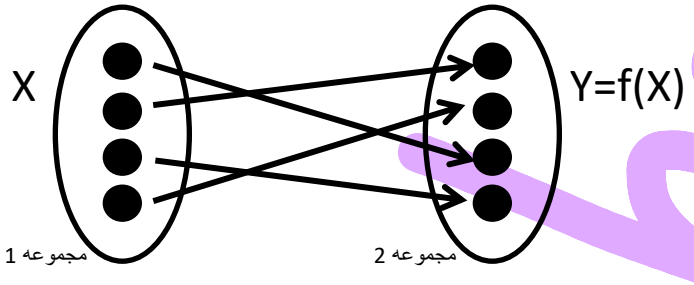
الدوال פונקציות

الدالة هي تناظر/ملائمة بين مجموعتين بحيث يلائم لكل حد من المجموعة الاولى حداً واحداً فقط من المجموعة الثانية.



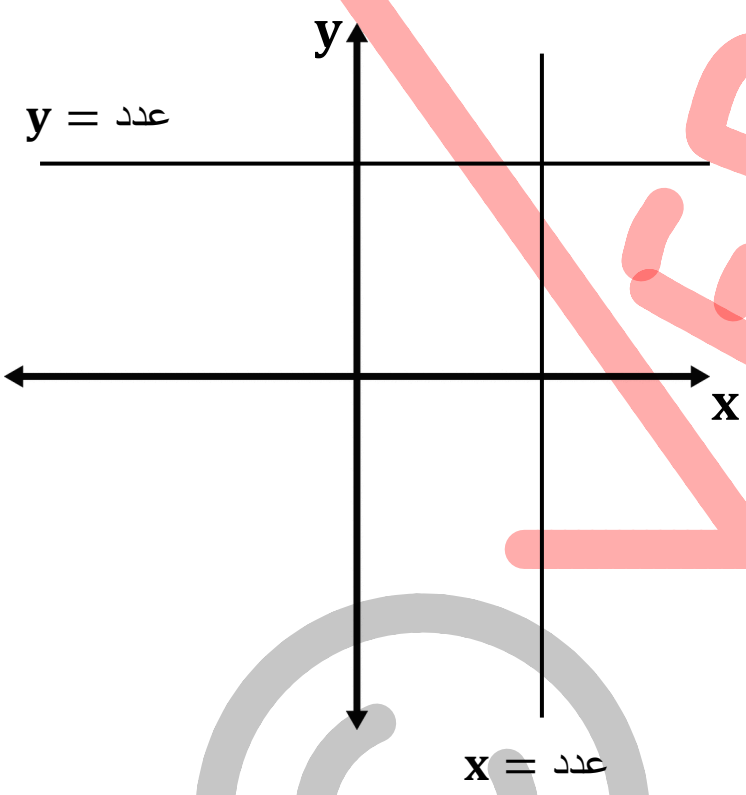
استنتاج: لكل x, y واحد.

العكس صحيح؟ غير صحيح.

مثال: لكل ولد أم واحده فقط لكن لا يوجد شرط بأن يكون لكل أم ولدٌ واحدٌ.

* **גבי יקואל** – صف تاسع الجزء أ - سؤال 4 ص138

الخط الأفقي/العامودي, متى يكون دالة؟



ماذا يميّز الخط (y = عدد)؟

- الخط يوازي محور x
- كل النقاط على الخط لها نفس احداثيات الـ y
- **هل هي دالة؟** نعم! لأنّ لكل x يوجد y واحد فقط.

وتسمّى **دالة خطيّة ثابتة**.

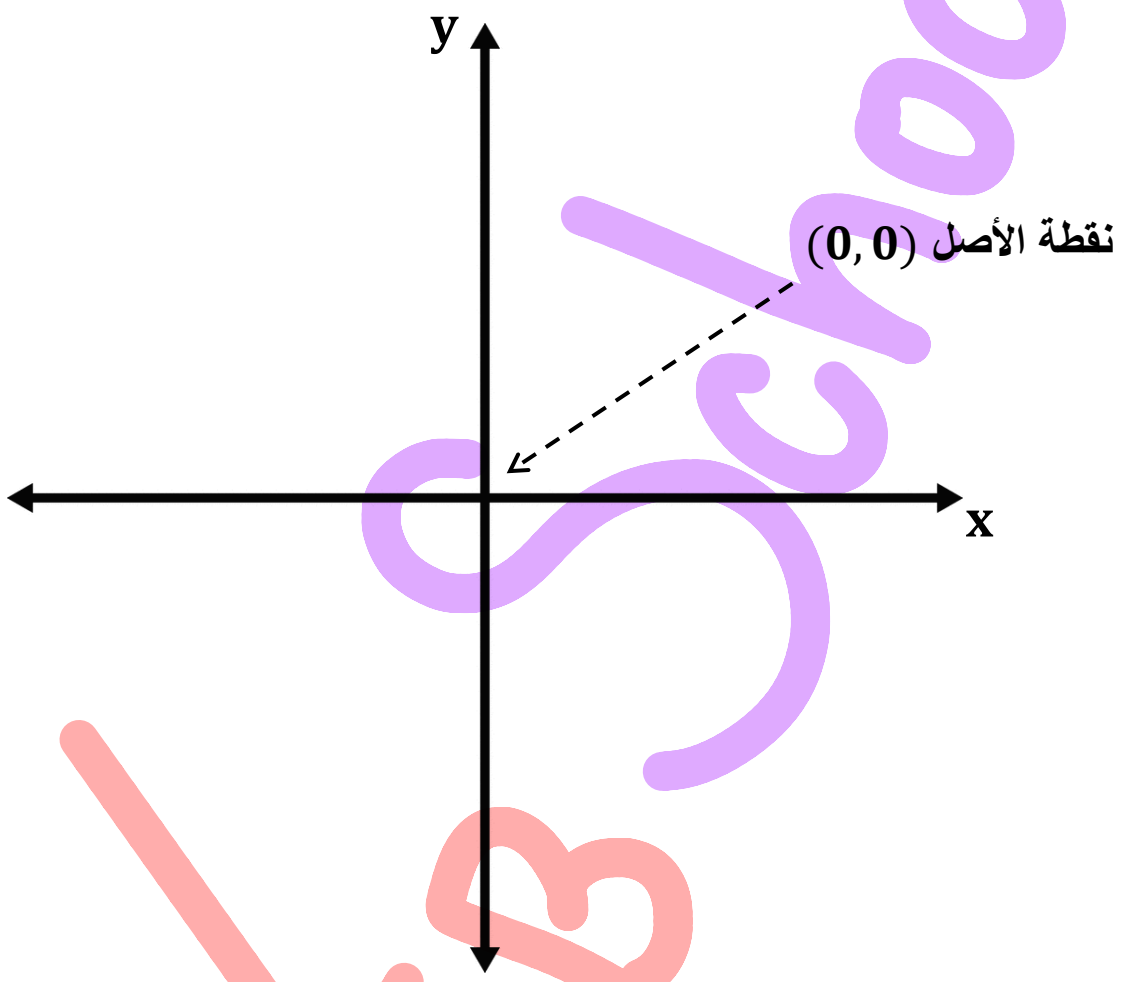
ماذا يميّز الخط (x = عدد) ؟

- الخط يوازي محور y
- كل النقاط على الخط لها نفس احداثيات x
- **هل هي دالة؟** كلا! لأنّ لنفس قيمة x أكثر من قيمة y واحدة.

© VEB School

هيئة المحاور الديكارتية (מערכת צירים קרטיזית)

رسم الدوال تتم على محور y و x



مهم جداً! قراءة الدوال هي فقط من اليسار الى اليمين.

* المحوران متعامدان.

* معادلة محور x هي المستقيم $y = 0$
معادلة محور y هي المستقيم $x = 0$.

© VEB School قيڤيان إيڤان بشوتي

الدالة الخطية $y = bx + c$ פונקציה קוית

(c و b هم بارامترات)

ارسم الدالة $y = bx + c$ ببرنامج الـ desmos. ماذا نستنتج؟

- **b هي** وتيرة تصاعد أو تنازل الدالة الخطية ولذلك يسمّى **ميل الدالة الخطية.**

  تعريف اضافي: هو مقدار تغيير y عندما **x** يزداد وحده واحده.
- **c** يشير الى نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع محور y النقطة هي: $(0, c)$.

  برهن ذلك بصورة رياضية:

$$\begin{cases} y = bx + c \\ x = 0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad y = b \cdot 0 + c = c \quad \rightarrow \quad (0, c)$$

- اذا غيّرنا الـ c سيؤدّي لازاحه الدالة.

أكمل الجدول التالي:

عندما $c = 0$ و $b = 0$	**عندما $c \neq 0$ و $b = 0$**	**عندما $c \neq 0$ و $b \neq 0$**
اذاً الدالة: $\boxed{y = 0}$ (محور x)	اذاً الدالة: $\boxed{y = c}$ أمثلة: $y = 4$ $y = -10$ $y = 2$	اذاً الدالة: $\boxed{y = bx + c}$ **عندما $b > 0$** **الدالة تصاعدية** **عندما $b < 0$** **الدالة تنازلية** أمثلة: $y = 4x + 5,\ y = -0.5x - 3$

سؤال 1

أ. افتح برنامج الـ desmos وارسم الدوال التالية بنفس المحاور:

$$y_1 = x - 5 \quad , \quad y_2 = -x + 4 \quad , \quad y_3 = 2x \quad , \quad y_4 = -8 \quad , \quad y_5 = -4x + 2$$

ب. عيّن بكل دالة قيمة البارمترات b و c.

ت. ما هو ميل كل دالة خطيّة؟

ث. ما هي نقطة تقاطع كل دالة خطيّة مع محور y؟

ج. اجمع 9 للدالة y_3, ماذا تغيّر على الدالة؟ علّل.

ح. اطرح 2 من الدالة y_1, ماذا تغيّر على الدالة؟ علّل.

© VEB School قيڤيان إيڤان بشوتي

الدالة التربيعية $y = ax^2 + bx + c$ פונקציה ריבועית

(a, b, c هم بارامترات)

شرط مهم: $a \neq 0$

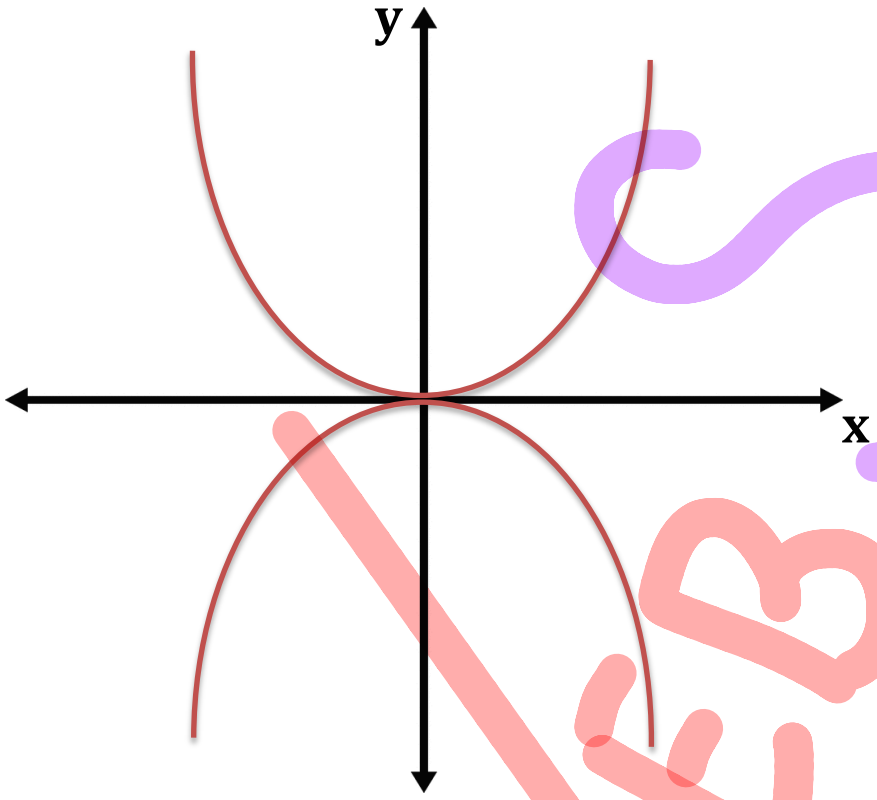
لماذا؟ اذا تحقّق أنّ $a = 0$ اذاً الدالة ستكون دالة خطيّة وليست تربيعية.

1) ارسم الدوال $y_1 = x^2$, $y_2 = -x^2$ على نفس محور الأعداد.

(أفحص ببرنامج الـ desmos).

جدول لمساعدتنا برسم الدالتين:

x	$y = x^2$	$y = -x^2$
-3	9	-9
-2	4	-4
-1	1	-1
0	0	0
1	1	-1
2	4	-4
3	9	-9



© VEB School

2) أسئلة واستنتاجات:

أ. هل يوجد ميل ثابت للدالة التربيعية؟

لا يوجد للدالة التربيعية ميل ثابت! بكل نقطة على الدالة يوجد ميل مختلف.

عندما تكون الدالة تصاعدية, الميل في كل نقطة هي موجبة

عندما تكون الدالة تنازلية, الميل في كل نقطة هي سالبة

عندما تكون الدالة ثابتة, الميل في كل نقطة هي صفر.

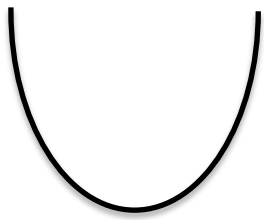
ب. ما هو الفرق الأساسي بين الدالتين $y_1 = x^2$, $y_2 = -x^2$ ؟

قيمة الـ a .

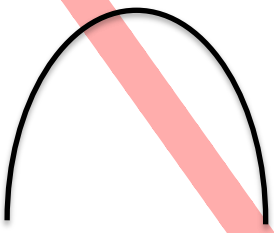
نستنتج علاقة بين قيمة a ورسمة الدالة:

$y = ax^2 + bx + c$ دالة تربيعية

عندما $a > 0$ الدالة قائمة (مبسوطة)☺



عندما $a < 0$ الدالة مقلوبة (زعلانة)☹



© VEB School قيقيان إيفان بشوتي

ج. الرسمة البياني للدالة التربيعيّة يسمّى **قطع مكافئ/برابولا (פרבולה).**

ماذا يميّز هذه الخطوط البيانية؟ لها فرعان, محور تماثل ونقطة قصوى/رأس للقطع المكافئ.

قارن بين الحالتين التاليتين:

	$y = ax^2 + bx + c$ $a > 0$	$y = ax^2 + bx + c$ $a < 0$
كيف تتصرّف الدالة؟ (سلوك القطع المكافئ)	الدالة تنازلية وثمّ تصاعدية	الدالة تصاعدية وثمّ تنازلية
النقطة القصوى/رأس للقطع المكافئ هو...؟	صغرى MIN	كبرى MAX

ماذا يميّز محور التماثل؟

- يمر دائماً عبر النقطة القصوى/رأس القطع المكافئ
- يتعامد مع محور x ويوازي محور y
- كل نقطتين على بُعُد متساوٍ منه لهما نفس احداثيات الـy وتسميان **نقاطتان متماثلتان.**

سؤال 2

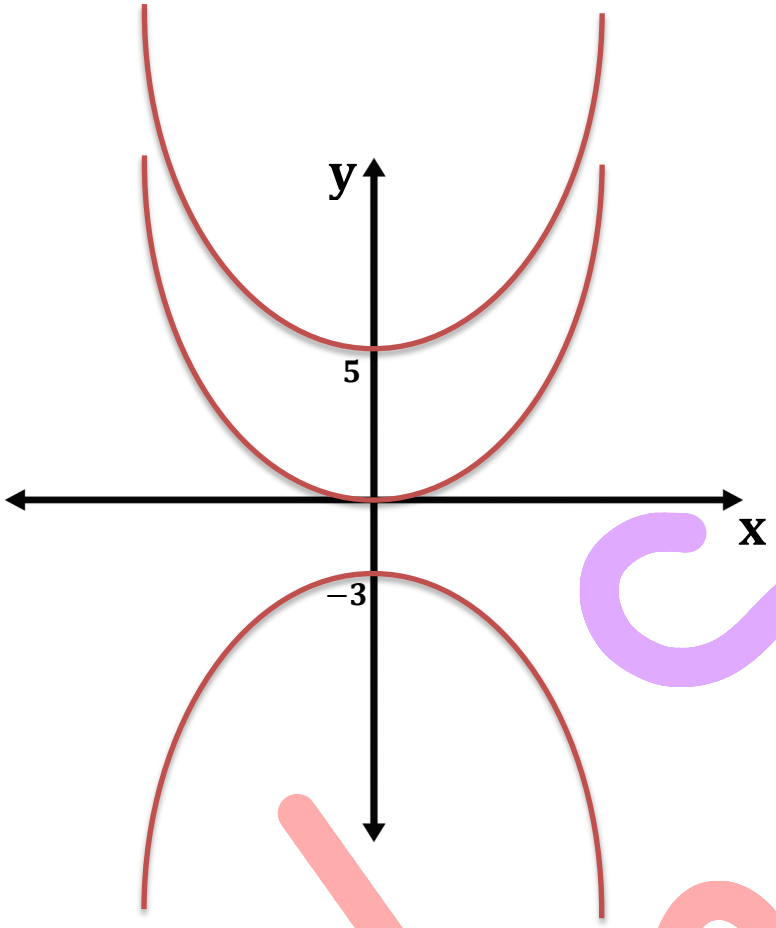
ارسم الدوال $y_1 = x^2$, $y_2 = -x^2$ على نفس محور الأعداد ببرنامج الـdesmos.

أ. ما هو محور التماثل للدالتين

ب. أعط 3 أمثلة لنقاط متماثلة بكل دالة.

قيڤيان إيڤان بشوتي © VEB School

3) ارسم الدوال $y_1 = x^2$, $y_2 = x^2 + 5$, $y_3 = x^2 - 3$ على نفس هيئة المحاور.
(أفحص ببرنامج الـ desmos).



جدول لمساعدتنا برسم الدوال:

x	$y_1 = x^2$	$y_2 = x^2 + 5$	$y_3 = x^2 - 3$
-3	9	14	6
-2	4	9	1
-1	1	6	-4
0	0	5	-3
1	1	6	-4
2	4	9	1
3	9	14	6

ماذا نستنتج عن الرسم البياني للدالة $\boxed{y = x^2 + k}$ مقارنة مع $y = x^2$؟

أ. مقارنة مع $y = x^2$ للرسم البياني للدالة $y = x^2 + k$ يوجد ازاحة عامودية.

عندما $k > 0$ الازاحة الى الأعلى k وحدات

عندما $k < 0$ الازاحة الى الأسفل k وحدات

عندما $k = 0$ لا يوجد ازاحة.

ب. محور التماثل لهذه الدوال هو محور y ومعادلته: $x = 0$.

ج. احداثيات النقطة القصوى هي: $(0, k)$.

*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 1-9 ص146-147

© VEB School قيڤيان إيڤان بشوتي

4) ارسم الدالتين $y = x^2 + k$ و $y = -x^2 + k$ ببرنامج الـ desmos. غيّر قيمة الـ k وقارن بين عدد نقاط تقاطع الخطوط البيانية الناتجة مع المحورين x و y.

أ. كم مرّة يتقاطع الخطوط البيانية للدالة التربيعية مع محور y؟ مرة واحدة فقط!

لماذا؟ لو قطعته مرتين فالرسم البياني لا يمثّل دالة.

هذه النقطة تسمّى: نقطة تقاطع الدالة مع محور y.

كيف نجد احداثياتها؟ نعوّض $x = 0$ بمعادلة الدالة ونحصل على الاحداثي y.

ب. كم مرّة يتقاطع الخطوط البيانية للدالة التربيعية مع محور x؟ يوجد ثلاثة امكانيات: مرّة, مرّتين, ولا مرّة.

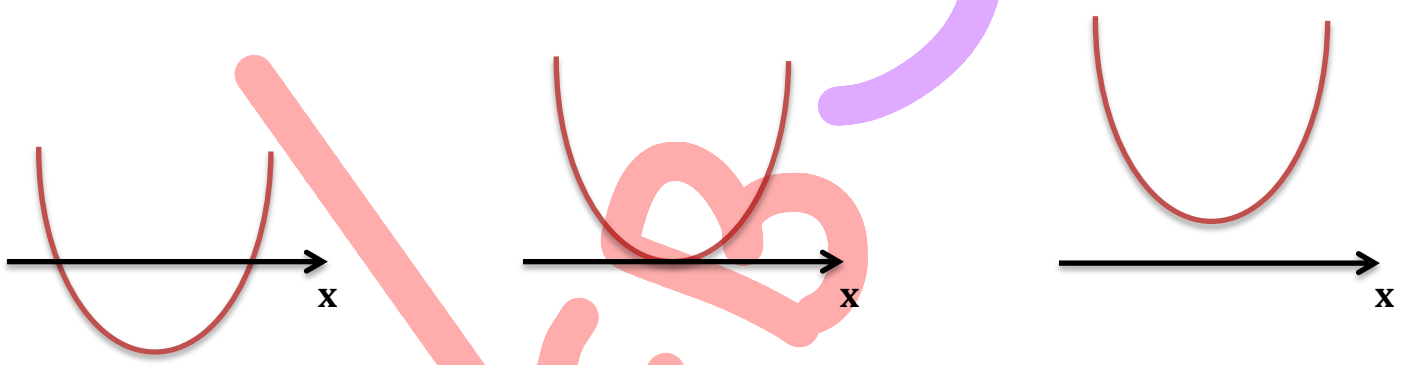
هذه النقطة/نقاط تسمّى: **نقطة صفرية/نقاط صفرية.**

كيف نجد احداثياتها؟ نعوّض $y = 0$ بمعادلة الدالة ونحل معادلة للحصول على الاحداثي x.

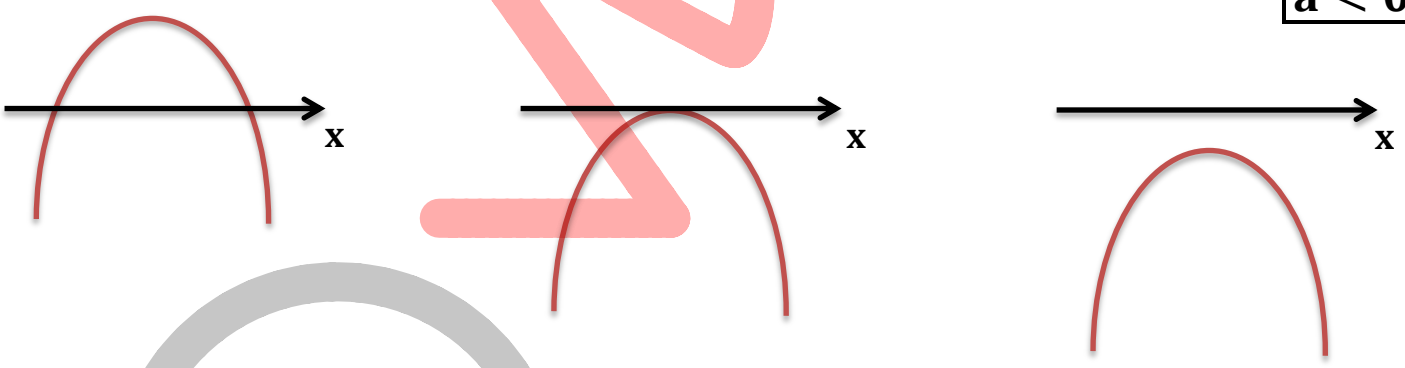
ونحصل على:

❶ مجموعة فارغة (لا يوجد حل) أو ❷ $(x, 0)$ (حل واحد) أو ❸ $(x_1, 0)$ $(x_2, 0)$ (حلّان)

$\boxed{a > 0}$



$\boxed{a < 0}$



هل بحالة وجود نقطتين صفريتين, هل هما نقاطتان متماثلتان؟ نعم, لهم نفس احداثي y.

قيقيان إيفان بشوتي © VEB School

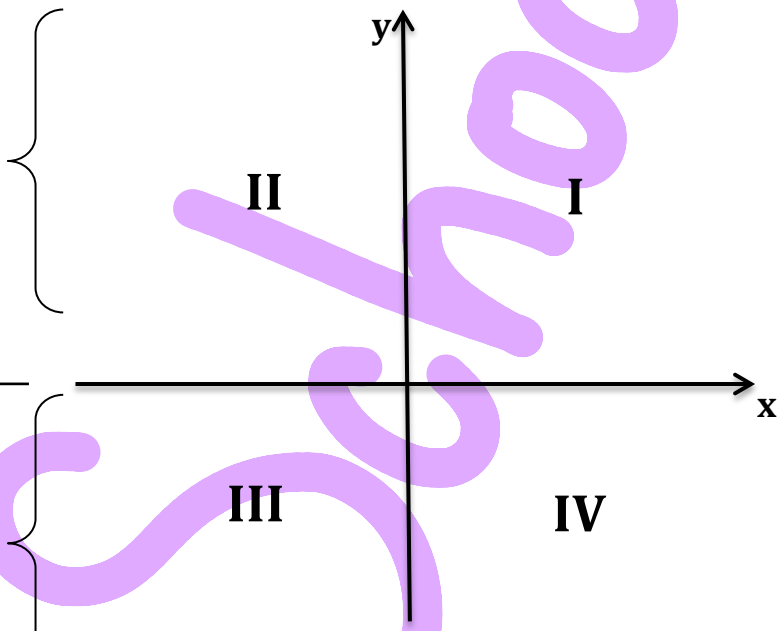
ج. ماذا تحدّد النقاط الصفرية؟ المجالات الموجبة والسالبة للدالة.

متى الدالة موجبة؟ سالبة؟

الدالة **موجبة**

رسمها البياني للدالة **فوق** محور x

(الربع I + II)



الدالة ليست موجبة/سالبة $(y = 0)$

الدالة **سالبة**

رسمها البياني للدالة **تحت** محور x

(الربع III + IV)

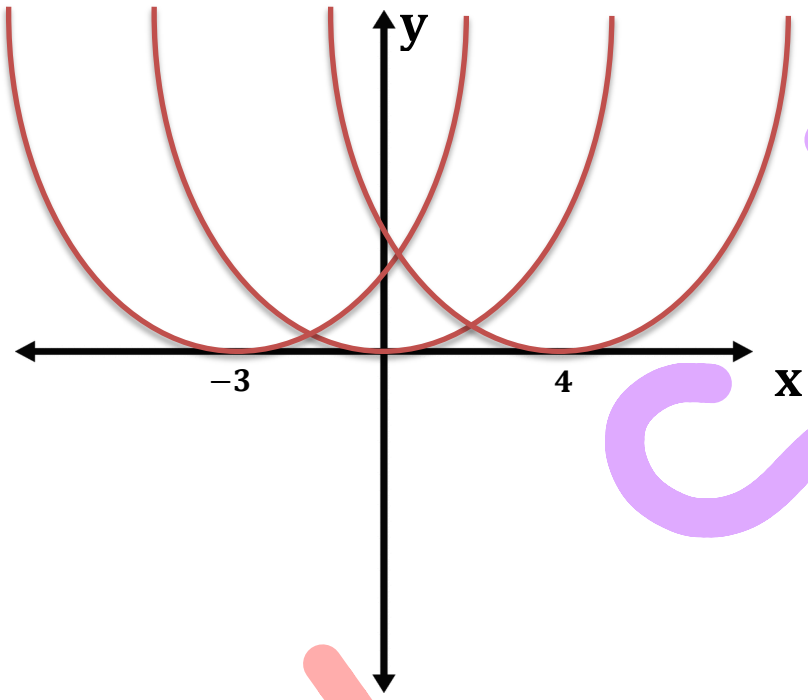
*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 10-29 ص148-153

© VEB School

5) ارسم الدوال $y_1 = x^2$, $y_2 = (x-4)^2$, $y_3 = (x+3)^2$ على نفس هيئة المحاور.
(أفحص ببرنامج الـ desmos).

جدول لمساعدتنا برسم الدوال:

x	$y_1 = x^2$	$y_2 = (x-4)^2$	$y_3 = (x+3)^2$
6	36	4	81
5	25	1	64
4	16	0	49
3	9	1	36
2	4	4	25
1	1	9	16
0	0	16	9
-1	1	25	4
-2	4	36	1
-3	9	49	0
-4	16	64	1
-5	25	81	4
-6	36	100	9



ماذا نستنتج عن الرسم البياني للدالة $\boxed{y = (x-p)^2}$ مقارنة مع $y = x^2$؟

أ. مقارنة مع $y = x^2$ للدالة $y = (x-p)^2$ يوجد ازاحة افقيّة.

عندما $p > 0$ الازاحة الى اليمين

عندما $p < 0$ الازاحة الى اليسار

عندما $p = 0$ لا يوجد ازاحة.

ب. محور التماثل لهذه الدوال يتعلّق بـ قيمة p ومعادلته: $x = p$.

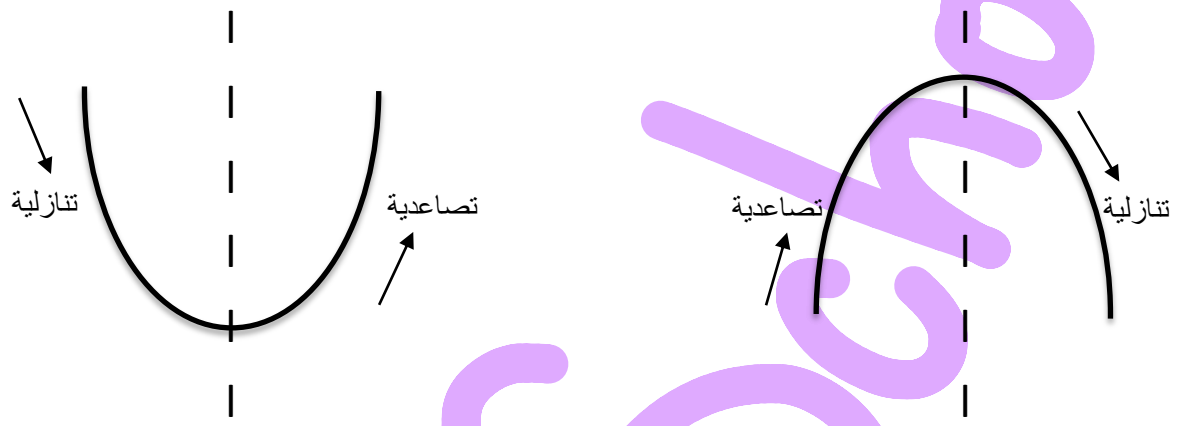
ج. احداثيات النقطة القصوى هي: $(p, 0)$.

*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 1-9 ص157-159

© VEB School

6) ارسم الدالتين $y = (x-p)^2$ و $y = -(x-p)^2$ ببرنامج الـ desmos. غيّر قيمة الـ p.

ماذا يحدّد محور التماثل ونقطة القصوى؟ المجال التصاعدي والتنازلي للدالة.



الدالة تصاعدية = كلما كبر قيمة x **يكبر** قيمة y

الدالة تنازلية = كلما كبر قيمة x **يصغر** قيمة y

*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 10-25 ص159-163

---

7)

ماذا نستنتج عن الرسم البياني للدالة $\boxed{y = (x-p)^2 + k}$ بمقارنةٍ مع $y = x^2$؟

k يؤدي الى ازاحة عامودية ↓ $\boxed{k > 0}$ ازاحة الى **الاعلى** $\boxed{k < 0}$ ازاحة الى **الاسفل**	**p** يؤدي الى ازاحة افقية ↓ $\boxed{p > 0}$ ازاحة الى **اليمين** $\boxed{p < 0}$ ازاحة الى **اليسار**	**معادلة محور التماثل هو** $\boxed{x = p}$ احداثيات النقطة القصوى هي $\boxed{(p, k)}$

*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 1-24 ص168-174

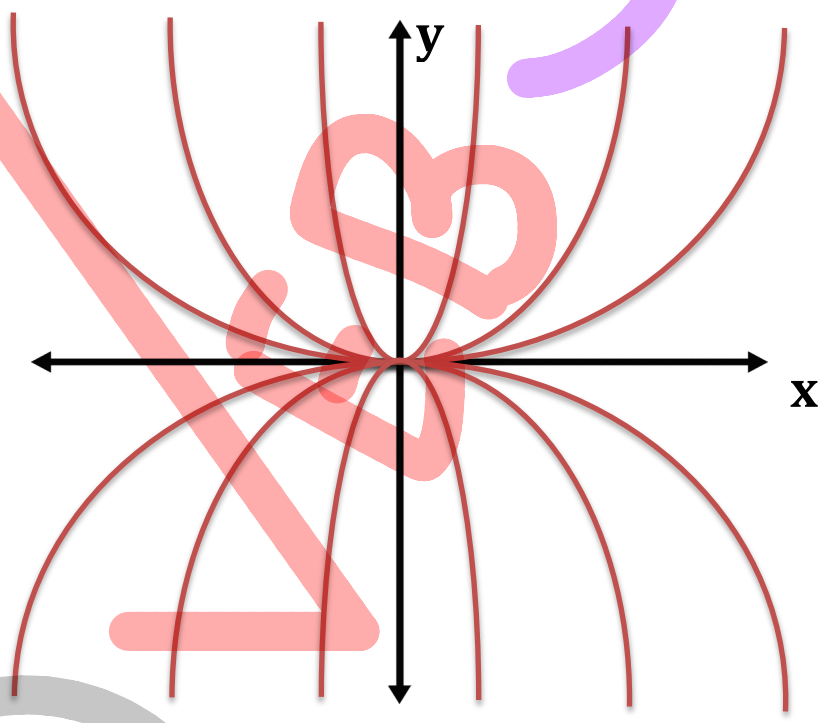
قيقيان إيڤان بشوتي © VEB School

8) ارسم الدوال التالية على نفس هيئة المحاور. (أفحص ببرنامج الـ desmos).

$$y_1 = x^2, \quad y_2 = 0.5x^2, \quad y_3 = 3x^2,$$
$$y_4 = -x^2, \quad y_5 = -0.5x^2, \quad y_6 = -3x^2$$

جدول لمساعدتنا برسم الدوال:

x	$y_1 = x^2$	$y_2 = 0.5x^2$	$y_3 = 3x^2$	$y_4 = -x^2$	$y_5 = -0.5x^2$	$y_6 = -3x^2$
4	16	8	48	-16	-8	-48
3	9	4.5	27	-9	-4.5	-27
2	4	1	12	-4	-1	-12
1	1	0.5	3	-1	-0.5	-3
0	0	0	0	0	0	0
-1	1	0.5	3	-1	-0.5	-3
-2	4	1	12	-4	-1	-12
-3	9	4.5	27	-9	-4.5	-27
-4	16	8	48	-16	-8	-48



قيقيان إيفان بشوتي © VEB School

9) ارسم الدالة $y = ax^2$ ببرنامج الـ desmos. غيّر قيمة الـ a.

ماذا نستنتج عن الرسم البياني للدالة $\boxed{y = ax^2}$ بمقارنةٍ مع $y = x^2$؟

أ. بمقارنةٍ مع $y = x^2$ للدالة $y = ax^2$ يوجد انكماش/تمدّد.

عندما $1 > |a| > 0$ يوجد انكماش/تضيّق للدالة

عندما $|a| > 0$ يوجد تمدّد/توسّع للدالة

ب. محور التماثل لهذه الدوال هو محور y ومعادلته: $x = 0$.

ج. نقطة القصوى تقع في النقطة: $(0,0)$.

*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 1-27 ص181-187

© VEB School قيڤيان إيڤان بشوتي

10) ارسم الدالة $y = a(x-p)^2 + k$ ببرنامج الـ desmos. غيّر قيمة الـ a, p, k.

نسبةً للدالة $y = x^2$

k يؤدي الى ازاحة على محور **y**.
(ازاحة عامودية)

$\boxed{k > 0}$ ازاحة الى **الاعلى**

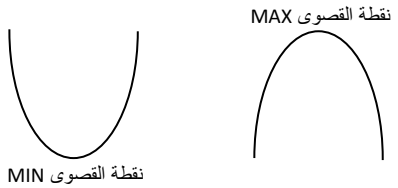
$\boxed{k < 0}$ ازاحة الى **الاسفل**

p يؤدي الى ازاحة على محور **x**.
(ازاحة افقية)

$\boxed{p > 0}$ ازاحة الى **اليمين**

$\boxed{p < 0}$ ازاحة الى **اليسار**

a يحدد اتجاه الرسم البياني للدالة.



$\boxed{a < 0}$ ☹

$\boxed{a > 0}$ ☺

a ايضاً يؤدي الى انكماش وتمدّد الرسم البياني للدالة.

$\boxed{|a| > 1}$ **انكماش (تضيق)**

$\boxed{1 > |a| > 0}$ **تمدّد (توسيع)**

*גבי יקואל – صف تاسع الجزء أ - الأسئلة 1-26 ص192-199

© VEB School