מדינת ישראל
משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות
מועד הבחינה: קיץ תשפ"ב, 2022
מספר השאלון: **035581**
נספח: דפי נוסחאות ל-5 יח"ל
תרגום לערבית (2)

دولة إسرائيل
وزارة التّربية والتّعليم

نوع الامتحان: بچروت
موعد الامتحان: صيف 2022
رقم النّموذج: **035581**
ملحق: لوائح قوانين لِـ 5 وحدات تعليميّة
ترجمة إلى العربيّة (2)

انتبهوا: في هذا الامتحان توجد تعليمات خاصّة.
يجب الإجابة عن الأسئلة حسب التّعليمات.

מתמטיקה
5 יחידות לימוד — שאלון ראשון
הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:
בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
פרק ראשון: אלגברה והסתברות
פרק שני: גאומטריה וטריגונומטריה במישור
פרק שלישי: חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות טריגונומטריות
יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם —
20x5 = 100 נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:
1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
2. דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:
1. אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

الرياضيّات
5 وحدات تعليميّة – النّموذج الأوّل
تعليمات

أ. مدّة الامتحان: ثلاث ساعات ونصف.

ب. مبنى النّموذج وتوزيع الدّرجات:
في هذا النّموذج ثلاثة فصول، فيها ثمانية أسئلة.
الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال
الفصل الثّاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى
الفصل الثّالث: حساب التّفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة
يجب الإجابة عن خمسة أسئلة حسب اختياركم –
20x5 = 100 درجة.

جـ. موادّ مساعدة يُسمح استعمالها:
1. حاسبة غير بيانيّة. لا يُسمح استعمال إمكانيّات البرمجة في الحاسبة التي توجد فيها إمكانيّة برمجة. استعمال الحاسبة البيانيّة أو إمكانيّات البرمجة في الحاسبة قد يؤدّي إلى إلغاء الامتحان.
2. لوائح قوانين (مرفقة).

د. تعليمات خاصّة:
1. لا تنسخوا السّؤال؛ يجب كتابة رقمه فقط.
2. يجب بدء كلّ سؤال في صفحة جديدة. يجب كتابة مراحل الحلّ في الدّفتر، حتّى إذا أُجريَت الحسابات بواسطة حاسبة.
يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتّفصيل وبوضوح وبترتيب.
عدم التّفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

يجب الكتابة في دفتر الامتحان فقط. يجب كتابة "مسوّدة" في بداية كلّ صفحة تُستعمَل مسوّدة.
كتابة أيّة مسوّدة على أوراق خارج دفتر الامتحان قد تسبّب إلغاء الامتحان.

الأسئلة في هذا النّموذج ترد بصيغة الجمع، ورغم ذلك يجب على كلّ طالبة وطالب الإجابة عنها بشكل فرديّ.

ב ה צ ל ח ה!

نتمنّى لكم النّجاح!

الأسئلة

انتبهوا: يجب تفسير جميع الخطوات، بما في ذلك الحسابات، بالتفصيل وبوضوح.
عدم التفصيل قد يؤدّي إلى خصم درجات أو إلى إلغاء الامتحان.

أجيبوا عن خمسة من الأسئلة 1-8 (لكلّ سؤال – 20 درجة).

انتبهوا: إذا أجبتم عن أكثر من خمسة أسئلة، تُفحص فقط الإجابات الخمس الأولى التي في الدفتر.

الفصل الأوّل: الجبر والاحتمال

1. خرجت سيّارة من بئر السبع إلى حيفا بسرعة ثابتة v_1. في نفس الزمن بالضبط، خرجت شاحنة من حيفا إلى بئر السبع بسرعة ثابتة v_2.

البُعد بين حيفا وبئر السبع هو 210 كم.

توقّفت الشاحنة في جانب الطريق بسبب عُطْل، قبل أن تمرّ السيّارة عنها. في هذا الزمن، كان البُعد بين الشاحنة والسيّارة 96 كم.

أ. عبِّروا بدلالة v_1 وَ v_2 عن الزمن الذي مرّ من لحظة بدء السفر وحتّى توقّفت الشاحنة في جانب الطريق.

زمن مكوث الشاحنة في جانب الطريق كان 1.5 ضعف الزمن الذي مرّ من لحظة خروجها من حيفا وحتّى لحظة توقّفها.

خرجت الشاحنة مرّة ثانية إلى الطريق بنفس السرعة، v_2، بالضبط في اللحظة التي مرّت فيها السيّارة عنها.

ب. جدوا النسبة بين سرعة السيّارة وسرعة الشاحنة.

بعد مرور 128 دقيقة من خروج الشاحنة في المرّة الثانية إلى الطريق، وصلت إلى بئر السبع.

جـ. جدوا سرعة السيّارة وسرعة الشاحنة.

/ يتبع في صفحة 3 /

2. المتوالية I هي متوالية هندسيّة لانهائيّة حدودها هي $a_1, a_2, a_3, \ldots$ وأساسها هو $9 \cdot r^2$.

معطى أنّ: $0 < r < \frac{1}{3}$.

بين كلّ حدّين في المتوالية I أدخلوا حدًّا إضافيًّا، وتكوّنت متوالية هندسيّة جديدة تنازليّة، المتوالية II ، التي حدودها هي $b_1, b_2, b_3, \ldots$ وأساسها هو q.

أ. **(1)** عبِّروا عن q بدلالة r.

(2) فسِّروا لماذا المتواليتان I وَ II متقاربتان (מתכנסות).

معطى أنّ مجموع المتوالية II هو $\frac{4}{3}$ ضعف مجموع المتوالية I.

ب. احسبوا q.

معطى أنّ مجموع الحدود التي في الأماكن الزوجيّة في المتوالية II هو 12.

جـ. جدوا مجموع كلّ حدود المتوالية II التي في الأماكن التي تقسم على 5 $(b_5, b_{10}, b_{15}, \ldots)$.

د. في المتوالية II ، جدوا النسبة بين الحدّ الخامس وبين مجموع كلّ الحدود التي تلي هذا الحدّ.

هـ. برهنوا أنّه في كلّ متوالية هندسيّة متقاربة، النسبة بين حدٍّ ما وبين مجموع كلّ الحدود التي تليه لا تتعلّق بمكان الحدّ في المتوالية.

3. تلعب ندى لعبة معيّنة. في هذه اللعبة توجد بالضبط ثلاث نتائج ممكنة: فوز وتعادل وخسارة.

الاحتمال بأن تفوز ندى في اللعبة هو 3 أضعاف الاحتمال بأن تخسر في اللعبة.

نرمز بـ p إلى الاحتمال بأن تخسر ندى في اللعبة $(p > 0)$.

في كلّ السؤال، نتائج اللعبات لا تتعلّق ببعضها البعض.

معطى أنّه إذا لعبت ندى لعبتين؛ الواحدة تلو الأخرى، فإنّ الاحتمال بأن تفوز في لعبة واحدة على الأقلّ هو $4.5p$.

أ. جدوا قيمة p.

لعبت ندى 5 لعبات؛ الواحدة تلو الأخرى.

ب. جدوا الاحتمال بأن تفوز ندى في 3 لعبات على الأقلّ.

جـ. جدوا الاحتمال بأن تفوز ندى في ثلاث اللعبات الأولى على الأقلّ.

د. **(1)** جدوا الاحتمال بأن لا تخسر ندى في أيّة لعبة.

(2) معلوم أنّ ندى خسرت في لعبة واحدة على الأقلّ. ما هو الاحتمال بأن تكون قد فازت في ثلاث اللعبات الأولى، وحصلت على نتيجة تعادل في اللعبة الأخيرة؟

/ يتبع في صفحة 4 /

الفصل الثاني: الهندسة وحساب المثلّثات في المستوى

4. معطاة دائرة نصف قطرها R ومركزها O .

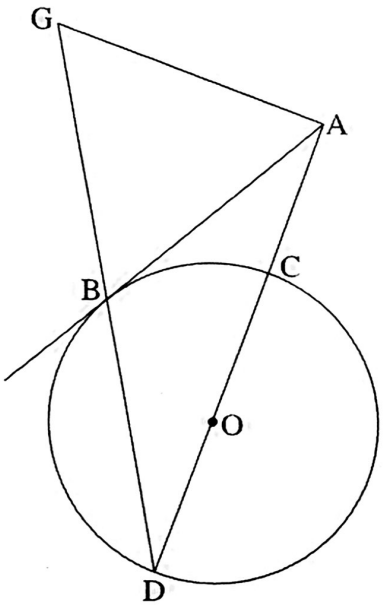
من النقطة A التي خارج الدائرة تخرج ثلاثة مستقيمات:

المستقيم AB يمسّ الدائرة في النقطة B ،

والمستقيم AD يمرّ عبر مركز الدائرة O ويقطع الدائرة في النقطتين C وَ D ،

والمستقيم AG يعامد المستقيم AD (انظروا الرسم).

النقاط D وَ B وَ G تقع على مستقيم واحد، كما هو موصوف في الرسم.



نرمز: $\sphericalangle ADB = \alpha$.

أ. عبِّروا عن جميع زوايا المثلّث ABG بدلالة α .

ب. برهِنوا أنّ: $\frac{AB}{AC} = \frac{DB}{BC}$.

معطى أنّ: $AC = \frac{1}{2}DC$ ، $AG = 8$.

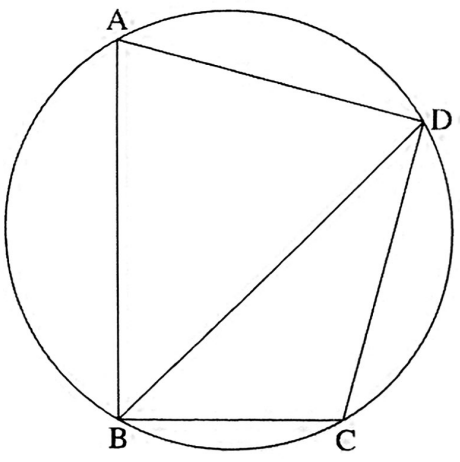
جـ. احسبوا R.

نرمز بـ S إلى مساحة المثلّث BDC.

د. **(1)** برهِنوا أنّ: $\Delta ADG \sim \Delta BDC$.

(2) عبِّروا عن مساحة المثلّث ADG بدلالة S .

5. الشكل الرباعيّ ABCD محصور في دائرة نصف قطرها R ومركزها O (انظروا الرسم).



نرمز: $\sphericalangle DAB = \alpha$ ، α هي زاوية حادّة.

أ. عبِّروا عن طول قطر الشكل الرباعيّ BD بدلالة α وَ R .

معطى أنّ: $BC = R$ ، $CD = R\sqrt{2}$.

ب. احسبوا α .

معطى أنّ: BD هو منصِّف الزاوية ABC.

جـ. احسبوا مقدار الزاوية ABD.

نرمز بـ h_1 إلى الارتفاع النازل من الرأس A في المثلّث ABD ،

وَبـ h_2 إلى الارتفاع النازل من الرأس O في المثلّث BOD.

د. احسبوا $\frac{h_1}{h_2}$.

/ يتبع في صفحة 5 /

الفصل الثالث: حساب التفاضل والتكامل للبولينومات ولدوالّ الجذر وللدوالّ النسبيّة وللدوالّ المثلّثيّة

6. معطاة الدالّة $f(x)=2x+\frac{2}{x}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة أم ليست زوجيّة وليست فرديّة؟ برهِنوا الإجابة.

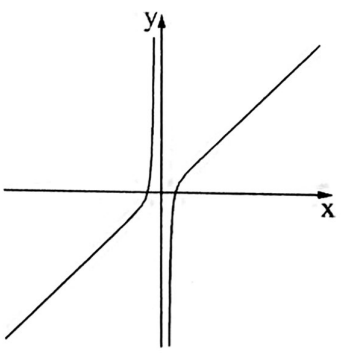
(3) جدوا مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة $f(x)$.

معطاة دالّتان: $f'(x)$ وَ $g(x)$.

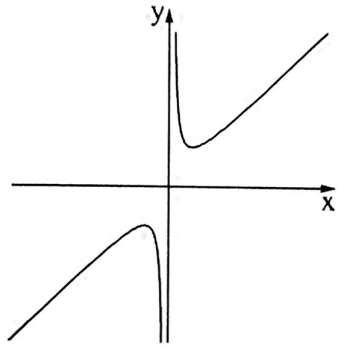
$f'(x)$ هي دالّة مشتقّة الدالّة $f(x)$ ، وَ $g(x)$ تحقّق $g(x)=f(x)\cdot f'(x)$.

الدالّتان $f'(x)$ وَ $g(x)$ معرَّفتان في نفس المجال كالدالّة $f(x)$.

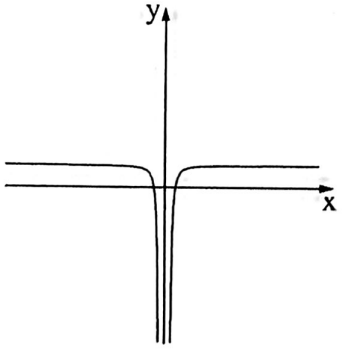
ب. كلّ واحد من الرسوم البيانيّة I–III التي أمامكم يصف إحدى الدوالّ $f(x)$ وَ $f'(x)$ وَ $g(x)$.
لكلّ واحدة من الدوالّ، اكتبوا أيّ رسم بيانيّ يصفها. علّلوا الإجابة.



الرسم البيانيّ I



الرسم البيانيّ II



الرسم البيانيّ III

ج. جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الدالّة $g(x)$ مع المحور x.

د. احسبوا المساحة المحصورة بين الدالّة $g(x)$ والمحور x والمستقيمين $x=\frac{1}{4}$ وَ $x=4$.

هـ. معطى أنّ: $a>1$ هو بارامتر. احسبوا $\int_{\frac{1}{a}}^{a} g(x)\,dx$.

معطاة الدالّة $h(x)=\int_{1}^{x} f'(t)\,dt$. معطى أنّ الدالّة $h(x)$ معرَّفة في المجال $x\geq 1$.

و. جدوا إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة $h(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقطة.

/ يتبع في صفحة 6 /

7. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{2(\cos x)^2+\sin 2x}{2\cos x}$ في المجال $0\le x\le 2\pi$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

(2) فسِّروا لماذا لا توجد للدالّة $f(x)$ خطوط تقارب معامدة للمحور x .

(3) جدوا نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

ب. **(1)** بيِّنوا أنّه لكلّ x في مجال تعريف الدالّة $f(x)$ يتحقّق: $f'(x)=\cos x-\sin x$.

(2) جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدِّدوا نوع هذه النقاط.

جـ. **(1)** ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

(2) k هو عدد. جدوا جميع قيَم k التي بالنسبة لها يوجد للمعادلة $f(x)=k$ حلّ واحد (في المجال $0\le x\le 2\pi$).

د. احسبوا المساحة المحصورة بين دالّة المشتقّة $f'(x)$ والمحور x والمستقيمين $x=\frac{3}{4}\pi$ وَ $x=\frac{5}{4}\pi$.

8. معطاة الدالّتان: $f(x)=x^3$ ، $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

أ. **(1)** جدوا مجال تعريف الدالّة $f(x)$ ، ومجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$.

النقطة A تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ، والنقطة B تقع على الرسم البيانيّ للدالّة $g(x)$ ، بحيث تكون القطعة AB موازية للمحور x.

معطى أنّ الإحداثيّ x للنقطة A يقع بين الإحداثيّات x لنقاط تقاطع الدالّة $f(x)$ مع الدالّة $g(x)$.

نرمز بـ t إلى الإحداثيّ x للنقطة A. t هو بارامتر.

ب. عبِّروا بدلالة t عن طول القطعة AB.

جـ. النقطة O هي نقطة أصل المحاور. جدوا أكبر مساحة ممكنة للمثلّث OAB.

د. هل تنتج أكبر مساحة ممكنة للمثلّث OAB عندما يكون طول القطعة AB أكبر ما يمكن؟ علِّلوا الإجابة.

בהצלחה!
نتمنّى لكم النّجاح!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך.
حقوق الطّبع محفوظة لدولة إسرائيل.
النّسخ أو النّشر ممنوعان إلا بإذن من وزارة التّربية والتّعليم.