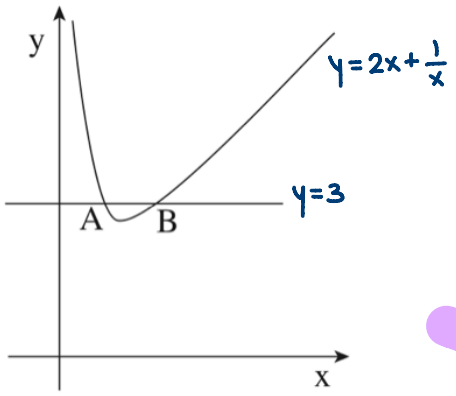
بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠٠٩ - سؤال ٤

٤. معطاة الدالة $y = 2x + \frac{1}{x}$ في المجال $x > 0$.



المستقيم $y = 3$ يقطع الرسم البياني للدالة في النقطة A وفي النقطة B (انظر الرسم).

أ. جد إحداثيات النقطتين A وَ B.

ب. يمرّرون للرسم البياني للدالة مماسًا في النقطة A ومماسًا في النقطة B.

(١) جد معادلتَي المماسين.

(٢) يلتقي المماسان في النقطة P.

جد إحداثيات النقطة P.

أ. النقاط A و B هي تقاطع الدالتين $\begin{cases} y = 2x + \frac{1}{x} \\ y = 3 \end{cases}$ $\Leftarrow$ $2x + \frac{1}{x} = 3 \quad \backslash \cdot x$

$2x^2 + 1 = 3x$

$2x^2 - 3x + 1 = 0$

$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$

$x_1 = 1$

$x_2 = 0.5$

$\xrightarrow{y=3}$ $A(0.5, 3)$

$B(1, 3)$

ب. ميل المماس في نقطة هي مشتقة الدالة بنفس النقطة.

$y' = 2 - \frac{1}{x^2}$

$m_A = y'_{x=0.5} = 2 - \frac{1}{0.5^2} = -2$

$m_B = y'_{x=1} = 2 - \frac{1}{1^2} = 1$

معادلة المماس في النقطة A

$m_A = -2$

$A(0.5, 3)$

$y = mx + n$

$3 = -2 \cdot 0.5 + n$

$n = 4$

$y = -2x + 4$

معادلة المماس في النقطة B

$m_B = 1$

$B(1, 3)$

$y = mx + n$

$3 = 1 \cdot 1 + n$

$n = 2$

$y = x + 2$

ج. النقطة P هي نقطة تقاطع المماسين: $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = x + 2 \end{cases}$ $\leftarrow$ $-2x + 4 = x + 2$

$2 = 3x$

$x = \frac{2}{3}$ $\leftarrow$ $y = x + 2 = \frac{2}{3} + 2 = 2\frac{2}{3}$

$P\left(\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}\right)$

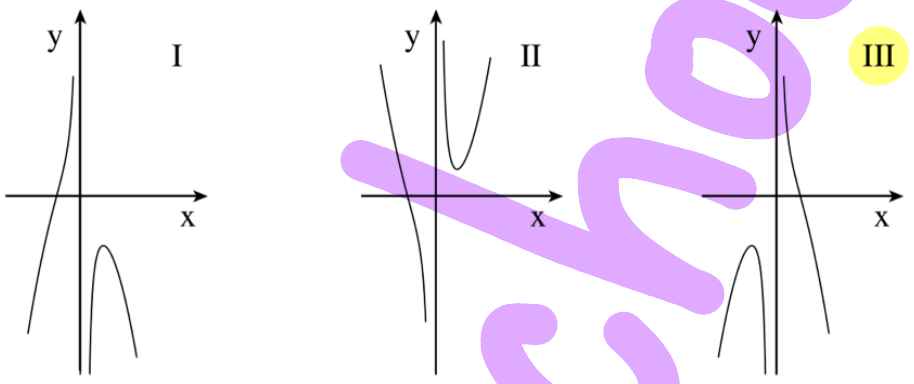
بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠١٠ - سؤال ٤

٤. معطاة الدالة $y = \frac{2}{x} - x^2$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد إحداثيات النقطة القصوى للدالة، وحدّد نوعها.

جـ. أمامك ثلاثة رسوم بيانية I ، II ، III .



أيّ من الرسوم البيانية I ، II ، III هو الرسم البياني للدالة المعطاة؟ علّل.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة المعطاة.

أ. $x \neq 0$

ب. نجد النقاط القصوى للدالة :

$$y' = 2 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) - 2x = 0$$

$$-\frac{2}{x^2} = 2x \quad \backslash \cdot x^2$$

$$-2 = 2x^3 \quad \backslash :2$$

$$-1 = x^3 \rightarrow x = -1$$

نبني جدول بحث :

	$x<-1$ (x=-2)	$x=-1$	$0>x>-1$ (x=-0.5)	$x=0$	$x>0$ (x=1)
y'	موجب	0	سالب		سالب
y	↗	MAX	↘		↘

$$y(x=-1) = \frac{2}{-1} - (-1)^2 = -3 \Rightarrow \text{MAX}(-1,-3)$$

جـ. رسم I ✗ احداثيات نقطة الـ MAX موجب، لكن هو سالب MAX(-1,3)

رسم II ✗ نقطة القصوى من نوع MIN، لكن هو MAX

رسم III ✓ نقطة القصوى من نوع MAX واحداثيات x هو سالب.

د. مجال التصاعدي $x<-1$ مجال تنازلي $-1<x<0$ او $x>0$

Web School

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٠ - سؤال ٤

٤. معطاة الدالة $f(x) = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد خطّ التقارب المعامد للمحور x .

جـ. جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة، وحدّد نوعها.

د. هل يقطع الرسم البياني للدالة المحور x ؟

إذا كانت إجابتك نعم – جد نقاط التقاطع. إذا كانت إجابتك لا – علّل.

أ. $x \neq 0$

ب. $x = 0$

جـ. نجد النقاط القصوى للدالة: $f'(x) = -\frac{1}{4} - 4 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{4} + \frac{4}{x^2} = 0$

$\frac{4}{x^2} = \frac{1}{4}$

$16 = x^2$

$x = 4, -4$

نبني جدول بحث:

	$x<-4$	$x=-4$	$-4>x>0$	$x=0$	$4>x>0$	$x=4$	$x>4$
$f'(x)$	سالب	0	موجب		موجب	0	سالب
$f(x)$	↘	MIN	↗		↗	MAX	↘

$f(-4) = -\frac{-4}{4} - \frac{4}{-4} = 2$

$f(4) = -\frac{4}{4} - \frac{4}{4} = -2$

$\Rightarrow$ MIN $(-4,2)$

MAX $(4,-2)$

د. نجد تقاطع الدالة مع محور x $\Leftarrow$ نعوّض $y=0$:

$0 = -\frac{x}{4} - \frac{4}{x}$

$\frac{4}{x} = -\frac{x}{4}$

$16 = -x^2 \quad \backslash \cdot -1$

$x^2 = -16$

$\varnothing$

لا يوجد حل $\Leftarrow$ لا يقطع محور x

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٠ موعد ب - سؤال ٤

٤. معطاة الدالة $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

أ. جد إحداثيات نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

ب. جد إحداثيات النقاط القصوى للدالة، وحدّد نوعها.

ج. ارسم رسمًا تقريبيًا للرسم البياني للدالة.

د. المماس للرسم البياني للدالة في نقطة نهايتها العظمى يقطع المحور y في النقطة B .

جد إحداثيات النقطة B .

أ. تقاطع الدالة مع محور y ⇐ نعوّض : $x=0$

$f(0) = 0^3 - 6\cdot0^2 + 9\cdot0 = 0$ ⇐ $(0,0)$

تقاطع الدالة مع محور x ⇐ نعوّض : $y=0$

$x^3 - 6x^2 + 9x = 0$

$x(x^2 - 6x + 9) = 0$

$x(x-3)^2 = 0$

$x_1 = 0 \quad x_2 = 3$ ⇐ $(0,0) \quad (3,0)$

ب. نجد النقاط القصوى للدالة:

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 0 \quad \backslash : 3$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x-3)(x-1) = 0$

$x_1 = 3 \quad x_2 = 1$

نبني جدول بحث:

	$x<1$	$x=1$	$3>x>1$	$x=3$	$x>3$
$f'(x)$	موجب	0	سالب	0	موجب
$f(x)$	↗	MAX	↘	MIN	↗
		$(1,4)$		$(3,0)$	

$f(1) = 1^3 - 6\cdot1^2 + 9\cdot1 = 4$

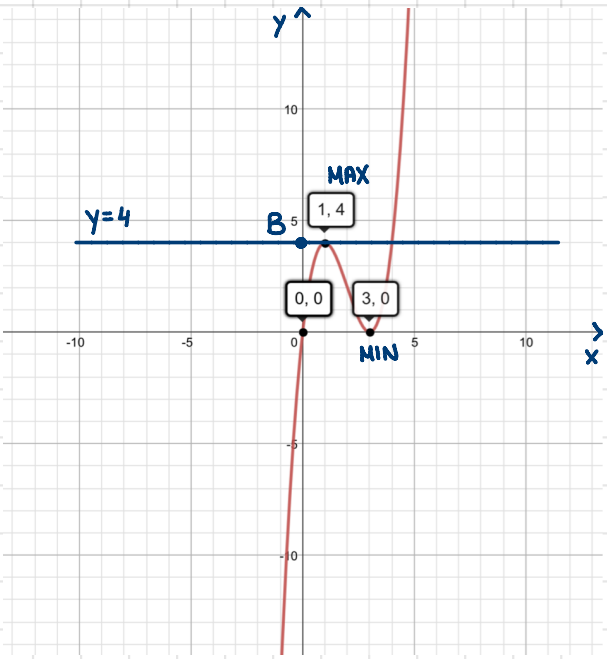
$f(3) = 3^3 - 6\cdot3^2 + 9\cdot3 = 0$

د. المماس للدالة في نقطة الـ MAX هو $y=4$

النقطة B على محور y ⇐ $x=0$

$B(0,4)$

ج.



بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠١١ - سؤال ٤

٤. معطاة الدالة $f(x)=\frac{1}{3x+12}$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. (١) جد نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y.

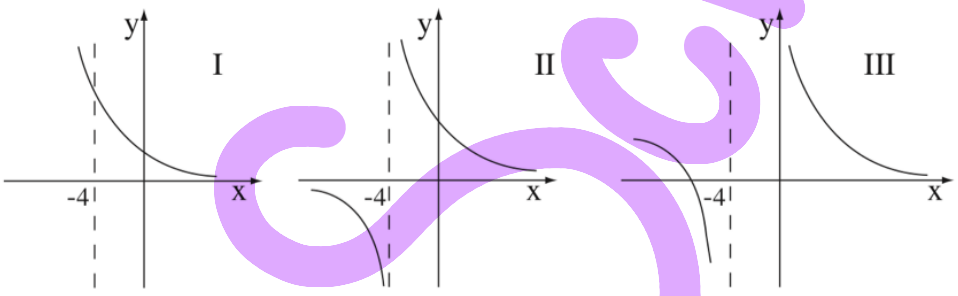
(٢) هل توجد للرسم البياني للدالة نقطة تقاطع مع المحور x؟

إذا كانت إجابتك نعم – جد هذه النقطة. إذا كانت إجابتك لا – علّل.

جـ. بيّن أنّ الدالة تنازلية في كلّ مجال تعريفها.

د. أمامك ثلاثة رسوم بيانية، I ، II ، III.

أيّ من الرسوم البيانية I ، II ، III هو الرسم البياني للدالة المعطاة f(x)؟ علّل.



أ. $3x+12\neq 0$

$3x\neq -12 \quad \backslash:3$

$x\neq -4$

ب. (١) تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y ⇐ نعوّض $x=0$ ⇐ $f(0)=\frac{1}{3\cdot 0+12}=\frac{1}{12}$ ⇐ $(0,\frac{1}{12})$

(٢) نعوّض $f(x)=0$ ⇐ $0=\frac{1}{3x+12}$ ⇐ لا يوجد حل ⇐ لا يوجد للرسم البياني للدالة نقاط تقاطع مع محور x.

جـ. مشتقّة الدالة: $f'(x)=-\frac{1}{(3x+12)^2}$ ⇐ المشتقة للدالة دائمًا سالبة لذلك الدالة دائمًا تنازلية.

د. رسم I ✗ $x=-4$ بمجموعة التعويض

رسم II ✓ الدالة دائمًا تنازلية، مجموعة التعويض هو $x\neq -4$ ولا تقطع محور x

رسم III ✗ الدالة تقطع محور x

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١١ - سؤال ٤

حساب التفاضل والتكامل

٤. معطاة الدالة $f(x) = 2\sqrt{x} - x$.

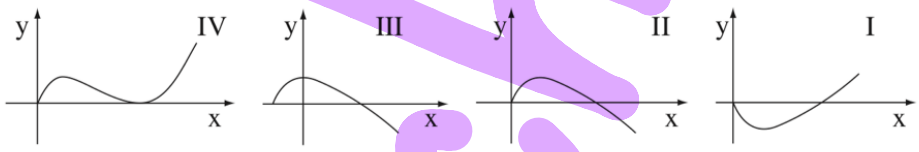
أ. (١) جد مجال تعريف الدالة.

(٢) جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين.

(٣) جد النقطة القصوى للدالة، وحدّد نوعها.

ب. أمامك أربعة رسوم بيانية IV, III, II, I .

أيّ من الرسوم البيانية يصف الدالة المعطاة؟ علّل.



جـ. معطى المستقيم $y = k$ (k هو بارامتر). جد بالنسبة لأيّة قيَم k المستقيم يقطع الدالة المعطاة في نقطتين مختلفتين.

أ. (١) $x \geq 0$

(٢) تقاطع مع محور y $\Leftarrow$ $x=0$ $\Leftarrow$ $f(0) = 2\sqrt{0} - 0 = 0$ $\Leftarrow$ (0,0)

تقاطع مع محور x $\Leftarrow$ $y=0$ $\Leftarrow$ $2\sqrt{x} - x = 0$

$2\sqrt{x} = x \quad |^2$

$4x = x^2$

$0 = x^2 - 4x$

$0 = x(x-4)$ $\Rightarrow$ $x = 0, 4$ $\Rightarrow$ (0,0) (4,0)

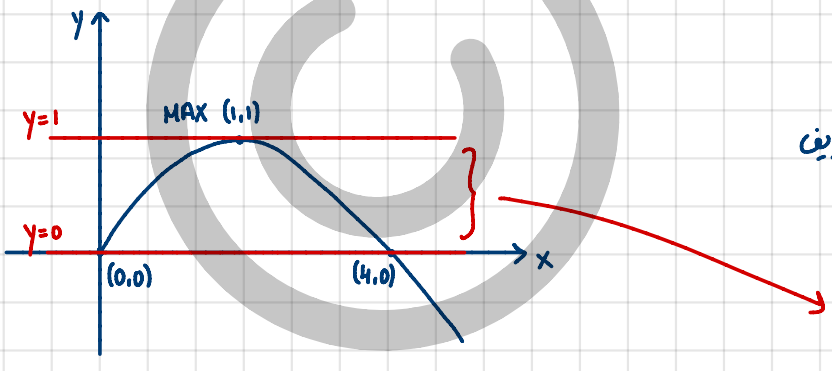
(3) نجد متى يتحقق $f'(x)=0$. $\Leftarrow$ $f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = \frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$

$\frac{1}{\sqrt{x}} = 1 \quad | \cdot \sqrt{x}$

$1 = \sqrt{x}$ $\Rightarrow$ $x=1$ $\Rightarrow$ (1,1) بتعويض x في $f(x)$

نجد نوعها:

$x<0$	$1>x>0$	$x=1$	$x>1$
$f'(x)$	موجب	0	سالب
$f(x)$	↗	MAX	↘



ب. رسم البياني I ✗ نقطة القصوى MIN

رسم البياني II ✓

رسم البياني III ✗ لا يلائم مجال التعريف

رسم البياني IV ✗ يوجد نقطتي قصوى

جـ. $1 > k > 0$

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠١٢ - سؤال ٤

٤. معطاة الدالة $y = \frac{16}{x} + x - 2$.

أ. اكتب مجال تعريف الدالة.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحورين (إذا وُجدت كهذه).

جـ. جد النقاط القصوى للدالة، وحدّد نوع هذه النقاط.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة.

أ. $x \neq 0$

ب. تقاطع الدالة مع محور x، نعوّض $y=0$:

$0 = \frac{16}{x} + x - 2 \quad | \cdot x$

$0 = 16 + x^2 - 2x$

$0 = x^2 - 2x + 16$

دستور ← لا يوجد نقاط صفرية

تقاطع الدالة مع محور y، نعوّض $x=0$

لا يوجد، $x=0$ ليس بمجال التعريف

جـ. نجد النقاط القصوى للدالة: $y' = 16 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) + 1 = 0$ ← $1 = \frac{16}{x^2} \quad | \cdot x^2$ ← $x^2 = 16$

$x_1 = 4 \quad x_2 = -4$

نبني جدول بحث لإيجاد نوع النقاط القصوى:

	$(x=-5)$ $x<-4$	$x=-4$	$(x=-1)$ $0>x>-4$	$x=0$	$(x=1)$ $4>x>0$	$x=4$	$(x=5)$ $x>4$
y'	موجب	0	سالب		سالب	0	موجب
y	↗	MAX	↘		↘	MIN	↗

$y(x=-4) = \frac{16}{-4} - 4 - 2 = -10$

$y(x=4) = \frac{16}{4} + 4 - 2 = 6$

$\Rightarrow$ MAX $(-4, -10)$

MIN $(4, 6)$

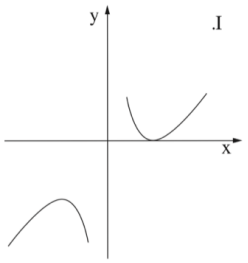
د. مجال تصاعدي (حسب جدول البحث) $x<-4$ او $x>4$

مجال تنازلي $0>x>-4$ او $4>x>0$

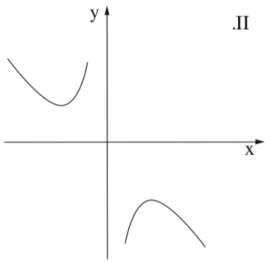
هـ. أمامك أربعة رسوم بيانية I ، II ، III ، IV .

أيّ من الرسوم البيانية يصف الدالة المعطاة؟ علّل.

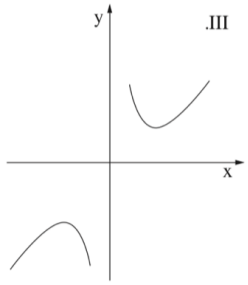
I



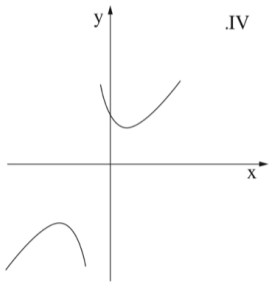
II



III



IV



هـ. رسم I الدالة لا تقطع محور x

رسم II احداثيات النقاط القصوى خاطئة

رسم III ✓

رسم IV الدالة لا تقطع محور y

© Tip Top School

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٢ - سؤال ٤

4. معطاة الدالة $f(x) = x - \frac{1}{x}$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد نقاط تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور x .

جـ. (1) بيّن أنّه لا توجد للدالة نقاط قصوى.

(2) فسّر لماذا الدالة تصاعدية في المجال $x > 0$ وكذلك في المجال $x < 0$.

YEB School

أ. $x \neq 0$

ب. تقاطع مع محور x : نعوض $y=0$ ← $0 = x - \frac{1}{x} \quad / \cdot x$

$0 = x^2 - 1$

$x^2 = 1$

$x = 1, -1$

$(1,0)$ $(-1,0)$

جـ. (1) $f'(x) = 1 - \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 1 + \frac{1}{x^2} = 0 \quad / \cdot x^2$

$x^2 + 1 = 0$

$x^2 = -1$

✗ لا يوجد نقاط قصوى

(2) نبني جدول بعث:

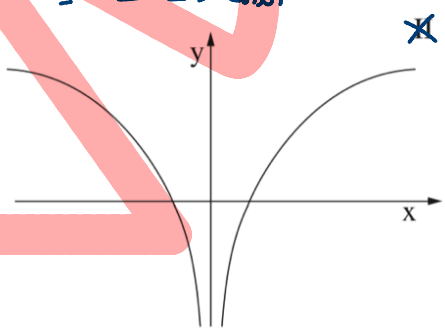
	$x<0$ ($x=-1$)	$x=0$	$x>0$ ($x=1$)
$f'(x)$	$1+\frac{1}{(-1)^2} > 0$		$1+\frac{1}{1^2} > 0$
$f(x)$	↗		↗

الدالة تصاعدية

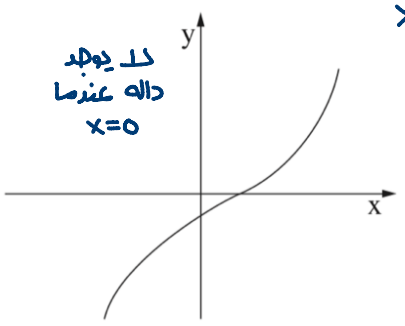
د. أمامك أربعة رسوم بيانية I ، II ، III ، IV .

أيّ من الرسوم البيانية يصف الدالة المعطاة؟ علّل.

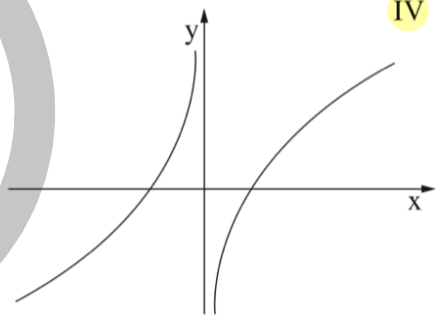
الدالة دائماً تصاعدية



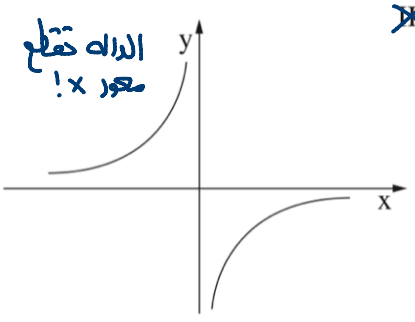
✗



✗



IV



✗

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٢ موعد ب - سؤال ٤

4. معطاة الدالة $f(x) = x - 2\sqrt{x} - 3$.

معطى أنّ الرسم البياني للدالة يقطع المحور x في النقطة $(9, 0)$.

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدالة؟

(2) جد نقطة تقاطع الرسم البياني للدالة مع المحور y .

ب. جد النقطة القصوى الداخلية للدالة، وحدّد نوع هذه النقطة القصوى.

جـ. ارسم رسمًا تقريبيًّا للرسم البياني للدالة.

د. حدِّد بالنسبة لأيّة قيَم x تكون الدالة موجبة.

أ. (1) $x \geq 0$

(2) نعوّض $x=0$: $f(0) = 0 - 2\cdot\sqrt{0} - 3 = -3$ $(0,-3)$

ب. $f'(x) = 1 - 2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}} = 0$

$1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

$1 = \frac{1}{\sqrt{x}}$ $\quad |^2$

$1 = \frac{1}{x}$

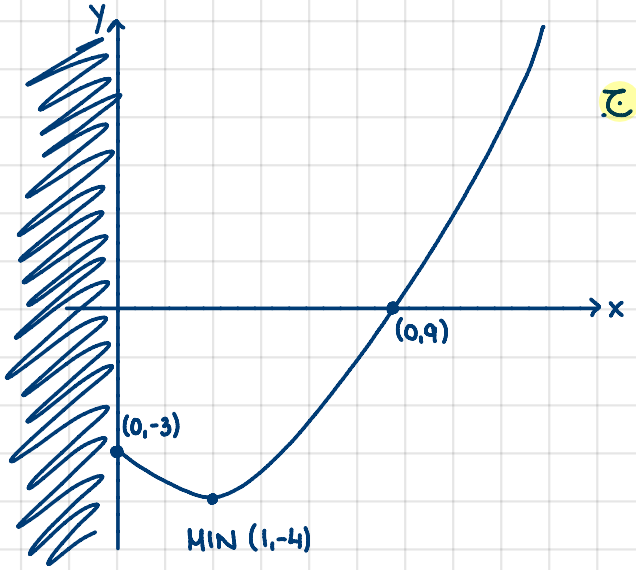
$x = 1$

$f(1) = 1 - 2\cdot\sqrt{1} - 3 = -4$

نبني جدول بحث :

	$x<0$	$(x=\frac{1}{4})$ $1>x\geq 0$	$x=1$	$(x=2)$ $x>1$
f'		$1-\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} < 0$	0	$1-\frac{1}{\sqrt{2}} > 0$
f		↘	$(1,-4)$ MIN	↗

جـ.



د. الدالة موجبة عندما $x>9$

السؤال 4

معطاة الدالة $y = x^2 - 4\sqrt{x}$.

أ. جد مجال تعريف الدالة.

ب. جد النقطة القصوى الداخلية للدالة، وحدّد نوع هذه النقطة.

جـ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالة.

د. جد نقطة تقاطع الدالة مع المحور y .

هـ. معطى أنّ الدالة تقطع المحور x في النقطة $(2.52\ ,\ 0)$.

استعن بهذا المعطى وبإجاباتك عن البنود "أ–د"، وارسم رسمًا تقريبيًّا للرسم البياني للدالة.

حلّ السؤال 4

أ. مجال التعريف هو $x \geq 0$

ب. $y' = 2x - \frac{2}{\sqrt{x}}$

$y' = 0$ في النقاط القصوى

$2x = \frac{2}{\sqrt{x}}$ نربّع الطرفين $\Leftarrow$ $4x^2 = \frac{4}{x}$ $\Leftarrow$ $x^3 = 1$ $\Leftarrow$ $x = 1$

$y = -3$ ولذلك $(1\ ,\ -3)$ هي نقطة محتملة كنقطة قصوى.

نفحص نوعها:

x	$\frac{1}{4}$	1	4
y'	$-3\frac{1}{2}$	0	7
y	↘		↗

$\Downarrow$

$(1\ ,\ -3)\ \text{Min}$

أو حسب الإحداثيّ y :

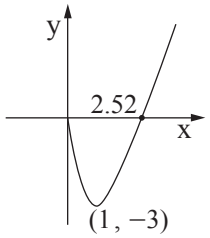
x	0	1	4
y	0	-3	8

جـ. مجال التنازل: $0 < x < 1$

مجال التصاعد: $1 < x$

د. $x = 0$ $\Leftarrow$ $y = 0$ $(0\ ,\ 0)$

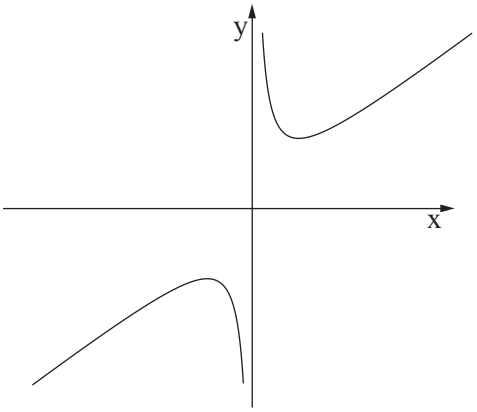
هـ.



/ يتبع في صفحة 7 /

السؤال 5

معطاة الدالّة $y = 2\cdot x + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}$ (انظر الرسم).



أ. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة، وحدِّد نوع هذه النقاط حسب الرسم.

ب. مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي فيها $x = \frac{1}{2}$ ، ومرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي فيها $x = -1$.
جد إحداثيّات نقطة التقاء المماسّين.

إجابة السؤال 5

أ.

$$y = 2x + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x}$$

$$\Downarrow$$

$$y' = 2 + \frac{1}{2}(-\frac{1}{x^2}) = 2 - \frac{1}{2x^2}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \quad 4x^2 - 1 = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = \pm\frac{1}{2}$$

$$y = \pm 2$$

لذلك حسب الرسم:

نهاية صغرى في $(\frac{1}{2}, 2)$

نهاية عظمى في $(-\frac{1}{2}, -2)$

/ يتبع في صفحة 10 /

تكملة إجابة السؤال 5.

ب. ميل المستقيم الذي يمسّ

في النقطة التي فيها $x=-1$: $y'(-1)=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

الإحداثيّ y للمماسّ في $x=-1$: $y(-1)=-2-\frac{1}{2}=-\frac{5}{2}$

معادلة المماسّ في النقطة $x=-1$: $y+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}(x+1)$

$$\Downarrow$$

I. $y=\frac{3}{2}x-1$

المستقيم الذي يمسّ في النقطة $x=\frac{1}{2}$ ،
يمسّ في نقطة النهاية الصغرى، ولذلك معادلته: II. $y=2$

من I وَ II تنتج المعادلة: $\frac{3}{2}x-1=2$

$$\Downarrow$$

نقطة الالتقاء هي: $(2\ ,\ 2)$

/ يتبع في صفحة 11 /

السؤال 5

معطاة الدالّة $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$.

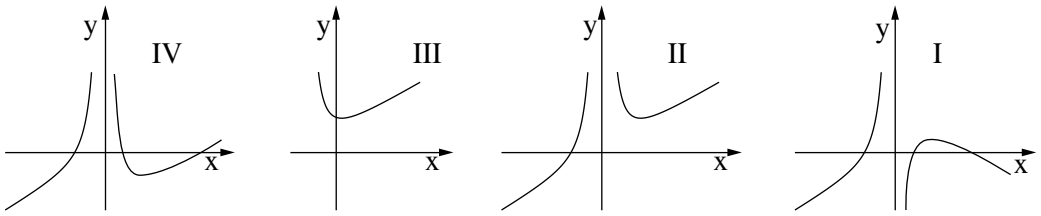
أ. جد مجال تعريف الدالّة.

ب. جد خطّ التقارب العموديّ للدالّة.

جـ. جد إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة، وحدّد نوع هذه النقطة.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة.

هـ. أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I ، II ، III ، IV التي أمامك يصف الدالّة المعطاة؟ علّل.



إجابة السؤال 5

أ. مجال التعريف: $x\neq 0$

ب. خطّ التقارب العموديّ: $x=0$

جـ.

$$f(x)=x+\frac{4}{x^2}$$
$$\Downarrow$$
$$f'(x)=1-4\cdot\frac{2}{x^3}=1-\frac{8}{x^3}$$

$$f'(x)=0 \quad\Rightarrow\quad x^3=8$$
$$\Downarrow$$

الإحداثيّ x للنقطة التي تساوي فيها المشتقّة 0 : $x=2$

فحص مجالات تصاعد وتنازل f(x) :

x	-1	0	1	2	3
f'(x)	9		-7	0	0.7
f(x)	↗		↘		↗

حسب الجدول توجد لِـ f(x) نهاية صغرى في النقطة التي فيها: $x=2$

من تعويض $x=2$ في f(x) ينتج أنّ

الإحداثيّ y لنقطة النهاية الصغرى هو: $y=2+\frac{4}{2^2}=3$

إحداثيّات نقطة النهاية الصغرى: $(2\ ,\ 3)$

/ يتبع في صفحة 10 /

تكملة إجابة السؤال 5.

د. حسب الجدول الذي في البند "جـ":

الدالّة تصاعديّة بالنسبة لِـ: $x < 0 \ , \ x > 2$

الدالّة تنازليّة بالنسبة لِـ: $0 < x < 2$

هـ. الرسم البيانيّ II ،

لأنّ النهاية الصغرى لِـ $f(x)$ هي في النقطة $(3 \ , \ 2)$ ، في الربع الأوّل.

/ يتبع في صفحة 11 /

السؤال 4

معطاة الدالّة $f(x) = 4\sqrt{x} - 2x$.

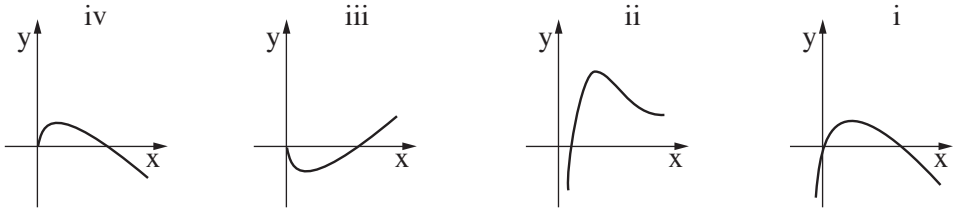
أ. ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب. جد نقاط تقاطع الدالّة مع المحورين.

جـ. جد x الذي بالنسبة له $f'(x) = 0$.

د. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة. علّل.

هـ. أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة iv-i التي أمامك هو الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$؟
علّل اختيارك.



إجابة السؤال 4

أ. مجال التعريف هو: $x \geq 0$

لأنّ التعبير داخل الجذر التربيعيّ
يجب أن يكون غير سالب.

ب. في نقطة التقاطع مع المحور y
الإحداثيّ x هو $x = 0$،
لذلك نقطة التقاطع مع المحور y هي: $f(0) = 4\sqrt{0} - 2 \cdot 0 = 0$

$$\Downarrow$$

$$(0\ ,\ 0)$$

في نقطتَي التقاطع مع المحور x
الإحداثيّ y هو $y = 0$، لذلك: $4\sqrt{x} - 2x = 0$

$$\Downarrow$$

نقل من طرف إلى آخر: $2\sqrt{x} = x$

$$\Downarrow$$

نربّع طرفَي المعادلة: $4x = x^2$

$$\Downarrow$$

نقطتا التقاطع مع المحور x هما: $x = 0\ \ ,\ \ x = 4$

$$\Downarrow$$

$$(0\ ,\ 0)\ \ ,\ \ (4\ ,\ 0)$$

/ يتبع في صفحة 9 /

تكملة حلّ السؤال 4.

جـ. مشتقّة الدالّة هي: $f'(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-2$

$$f'(x)=0$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{2}{\sqrt{x}}-2=0$$
$$\Downarrow$$
$$\frac{2}{\sqrt{x}}=2$$
$$\Downarrow$$

الإحداثيّ x الذي بالنسبة له $f'(x)=0$ هو: $x=1$

د. فحص إشارة المشتقّة:
نختار نقطة واحدة في كلّ مجال ونفحص إشارة المشتقّة.

المجالات	$0<x<1$	$x=1$	$x>1$
x	$x=\frac{1}{4}$	$x=1$	$x=4$
$f'(x)$	2	0	-1
$f(x)$	↗		↘

$f'(x)>0$ في المجال $0<x<1$

$f'(x)<0$ في المجال $x>1$

$$\Downarrow$$

لذلك

الدالّة تصاعديّة في المجال: $0<x<1$

الدالّة تنازليّة في المجال: $x>1$

هـ. الرسم البيانيّ iv هو الرسم البيانيّ للدالّة، لأنّه يحقّق الشروط التالية:

(1) الدالّة معرّفة في المجال $x\geq 0$.

(2) للدالّة نقطتا تقاطع مع المحور x.

(3) للدالّة نقطة قصوى داخليّة واحدة، وهي نقطة النهاية العظمى.

(4) الدالّة تصاعديّة في المجال $0<x<1$ وتنازليّة في المجال $x>1$.

/ يتبع في صفحة 10 /

السؤال 4

معطاة الدالّة $f(x) = x + 4 + \frac{4}{x}$.

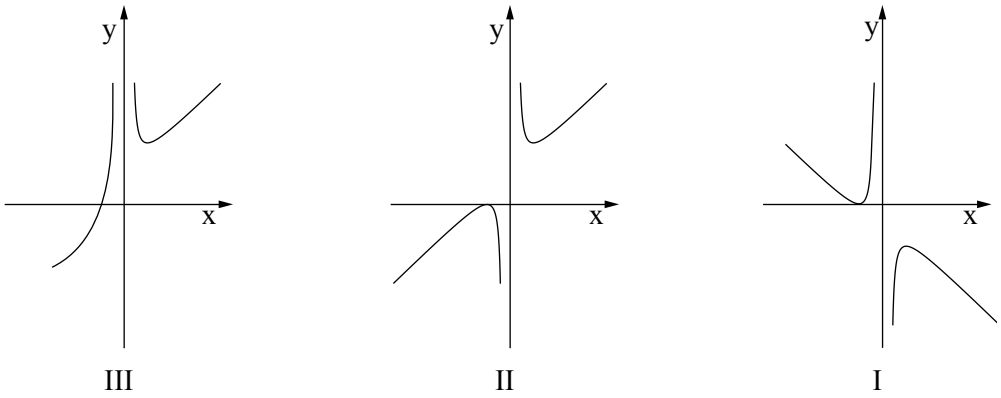
أ. اكتب مجال تعريف الدالّة.

ب جد النقاط القصوى للدالّة، وحدّد نوع هذه النقاط.

جـ. اكتب مجالات تصاعد وتنازل الدالّة.

د. جد نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحور x .

هـ. حدّد أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة I-III التي أمامك هو الرسم البيانيّ للدالّة f(x) .
علّل تحديدك.



إجابة السؤال 4

أ. مجال تعريف الدالّة f(x) هو: $x \neq 0$

ب. مشتقّة الدالّة هي: $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

$$f'(x) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$x^2 = 4$$
$$\Downarrow$$

النقاط التي تساوي فيها المشتقّة صفرًا: $x = \pm 2$

فحص إشارة المشتقّة f'(x) بين نقاط الصفر:

x	-4	$x = -2$	-1	$x = 0$	1	$x = 2$	4
f'(x)	+	0	−		−	0	+
f(x)	↗ تصاعديّة	نقطة نهاية عظمى	↘ تنازليّة		↘ تنازليّة	نقطة نهاية صغرى	↗ تصاعديّة

النقطتان القصويان للدالّة f(x) هما: نقطة نهاية صغرى: (2 , 8) نقطة نهاية عظمى: (0 , 2 −)

/ يتبع في صفحة 8 /

تكملة إجابة السؤال 4.

جـ. مجالات تصاعد الدالّة هي: $x < -2 \quad , \quad x > 2$

مجالات تنازل الدالّة هي: $-2 < x < 0 \quad , \quad 0 < x < 2$

د. في نقطة تقاطُع الدالّة
مع المحور x ، الإحداثيّ y
للنقطة هو 0 .
لذلك يتحقّق: $f(x) = x + 4 + \frac{4}{x} = 0$

$$\Downarrow$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$x = -2$$

نقطة تقاطُع الدالّة مع
المحور x هي: $(-2 , 0)$

هـ. الرسم البيانيّ II هو الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.
للدالّة $f(x)$ نقطتان قصويان إحداهما نقطة نهاية صغرى والأخرى نقطة نهاية عظمى.
نقطة النهاية الصغرى $(2 , 8)$ تقع في الربع الأوّل، ونقطة النهاية العظمى هي $(0 , 2-)$.
لذلك الرسم البيانيّ II هو الرسم البيانيّ لِـ $f(x)$.

/ يتبع في صفحة 9 /

السؤال 4

معطاة الدالّة $f(x) = 2x - 8\sqrt{x}$.

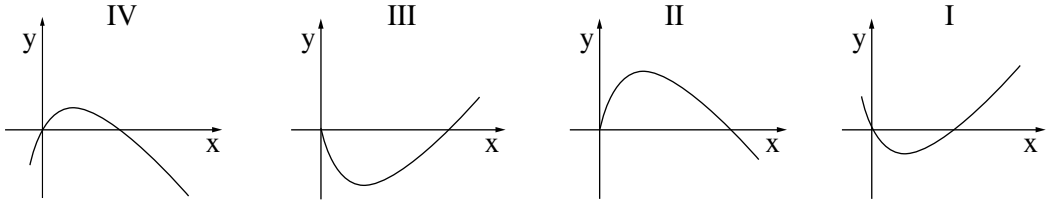
أ. ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب. جد النقطة القصوى الداخليّة للدالّة، وحدِّد نوع هذه النقطة. علّل.

جـ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة. علّل إجابتك.

د. جد نقطة تقاطُع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور y .

هـ. حدِّد أيّ رسم بيانيّ من الرسوم البيانيّة IV-I التي أمامك هو الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.



إجابة السؤال 4

أ. مجال التعريف هو: $x \geq 0$ التعبير داخل الجذر التربيعيّ يجب أن لا يكون سالبًا

ب. مشتقّة الدالّة $f(x)$ هي: $f'(x) = 2 - \frac{8}{2\sqrt{x}}$

$$f'(x) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$2 - \frac{4}{\sqrt{x}} = 0$$
$$\Downarrow$$
$$2 = \frac{4}{\sqrt{x}}$$
$$\Downarrow$$

الإحداثيّ x الذي بالنسبة له $f'(x) = 0$ هو: $x = 4$

فحص إشارة المشتقّة $f'(x)$:

المجالات	$0 < x < 4$	$x = 4$	$x > 4$
x	$x = 1$	$x = 4$	$x = 9$
$f'(x)$	−	0	+
$f(x)$	↘	نقطة نهاية صغرى	↗

إحداثيّات النقطة القصوى الداخليّة هي: $(4\ ,\ -8)$ نقطة نهاية صغرى

/ يتبع في صفحة 8 /

تكملة إجابة السؤال 4.

جـ. نحدّد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x)

حسب إشارة المشتقّة f'(x) :

$f'(x) > 0$ في المجال $x > 4$

$f'(x) < 0$ في المجال $0 < x < 4$

$\Downarrow$

الدالّة f(x) تصاعديّة في المجال: $x > 4$

الدالّة f(x) تنازليّة في المجال: $0 < x < 4$

جـ. في نقطة تقاطُع الدالّة f(x) مع المحور y

الإحداثيّ x هو $x = 0$ ، لذلك يتحقّق: $f(0) = 2 \cdot 0 - 8\sqrt{0}$

$\Downarrow$

$f(0) = 0$

$\Downarrow$

نقطة تقاطُع الدالّة f(x) مع المحور y هي: $(0\ ,\ 0)$

هـ. الرسم البيانيّ III هو الرسم البيانيّ للدالّة f(x) ، لأنّه يتحقّق:

1) مجال التعريف $x \geq 0$.
2) النقطة القصوى الداخليّة $(8 - ,\ 4)$ التي هي نقطة نهاية صغرى.
3) الدالّة تصاعديّة في المجال $x > 4$ ، وتنازليّة في المجال $0 < x < 4$.
4) نقطة التقاطع مع المحور y $(0\ ,\ 0)$.

في الرسم البيانيّ I الدالّة معرَّفة لكلّ x ، لذلك الرسم البيانيّ غير ملائم.
في الرسم البيانيّ II توجد للدالّة نقطة قصوى التي هي نقطة نهاية عظمى، لذلك الرسم البيانيّ غير ملائم.
في الرسم البيانيّ IV الدالّة معرَّفة لكلّ x وتوجد للدالّة نقطة نهاية عظمى، لذلك الرسم البيانيّ غير ملائم.

/ يتبع في صفحة 9 /

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠١٥ - سؤال ٤

4. معطاة الدالّة $f(x) = -x - \frac{4}{x}$

(انظر الرسم).

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدالّة؟

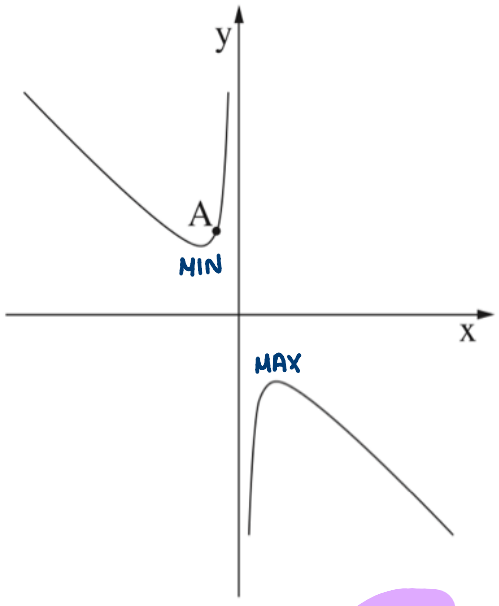
(2) ما هو خطّ التقارب العموديّ للدالّة؟

ب. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ،
وحدِّد نوع هذه النقاط حسب الرسم البيانيّ.

مرّروا مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة
في النقطة A التي فيها $x = -1$.

جـ. (1) جد ميل المماسّ.

(2) جد معادلة المماسّ.



أ. (1) $x \neq 0$

(2) $x = 0$

ب. نجد متى مشتقة الدالة تساوي صفر: $f'(x) = -1 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -1 + \frac{4}{x^2} = 0$

$\frac{4}{x^2} = 1 \quad | \cdot x^2$

$4 = x^2$

$x = 2, -2$ نعوّض بمعادلة الدالة:

$f(2) = -2 - \frac{4}{2}$ ⇐ MAX (2,-4)

$f(-2) = --2 - \frac{4}{-2}$ MIN (-2,4)

جـ. A(-1,)

(1) ميل المماس بنقطة ⇐ $f'(x)$ نعوّض $x=-1$ بالمشتقة: $f'(-1) = -1 + \frac{4}{(-1)^2} = 3$

(2) نجد النقطة A ← $f(-1) = --1 - \frac{4}{-1} = 5$ ⇐ A(-1,5)

لدينا ميل ونقطة، نجد المعادلة: $y = mx + n$

$5 = 3 \cdot (-1) + n$

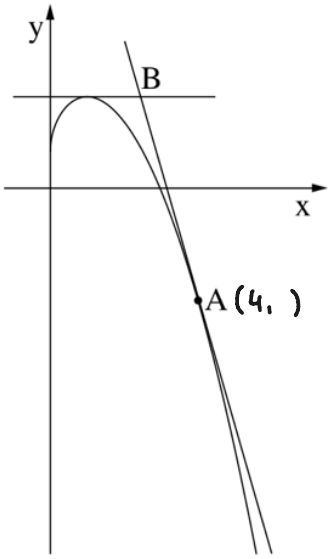
$5 = -3 + n$

$n = 8$

$y = 3x + 8$ مماس A

© YEB School

בגרות 3 יחידות - מודל 803 - קיץ 2015 - שאלה 4



4. נתונה הפונקציה $y = -\frac{1}{2}\cdot x^2 + 2\cdot\sqrt{x} + 1$.

א. מהו תחום הגדרת הפונקציה?

מרירו את הגרף של הפונקציה משיק בנקודה A שבה $x = 4$ (ראו שרטוט).

ב. (1) מצאו את שיפוע המשיק בנקודה A.

(2) מצאו את משוואת המשיק בנקודה A.

ג. מצאו את הקואורדינטות של נקודת הקיצון המקסימלית של הפונקציה.

המשיק בנקודה A חותך את הגרף בנקודה B.

ד. (1) מהי משוואת המשיק בנקודה המקסימלית של הפונקציה?

(2) מצאו את הקואורדינטות של נקודה B.

בתשובותיכם עגלו את המספרים לשתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

א. $x \geq 0$

ב. (1) שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה A = הנגזרת של הפונקציה בנקודה $x_A = 4$:

$y' = -\frac{1}{2}\cdot 2x + 2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$y' = -x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ ← $m = y'(x=4) = -4 + \frac{1}{\sqrt{4}} = -3.5$

(2) מציאת נקודה A: $y = -\frac{1}{2}\cdot 4^2 + 2\cdot\sqrt{4} + 1 = -3$ ← $A(4,-3)$ ← $y = -3.5x + n$

נציב: $-3 = -3.5\cdot 4 + n$

$n = 11$

משוואת המשיק: $y = -3.5x + 11$

ג. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה: $y' = -x + \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

$\frac{1}{\sqrt{x}} = x \quad /^2$

$\frac{1}{x} = x^2 \quad /\cdot x$

$x^3 = 1$

$x = 1$

נבנה טבלת גזירה:

	$x<0$	$1>x>0$	$x=1$	$x>1$
y'		חיובי	0	שלילי
y		↗	MAX	↘

נקודת קיצון משמאל: $x=0$ — MIN

$y = -\frac{1}{2}\cdot 1^2 + 2\cdot\sqrt{1} + 1 = 2.5$ ⇒ $MAX(1, 2.5)$

ד. (1) משוואת המשיק בנקודת הקיצון היא $y = 2.5$ ← המשיק מקביל לציר ה-0

(2) נקודת החיתוך B של המשיק והמשיק במבנה ב:

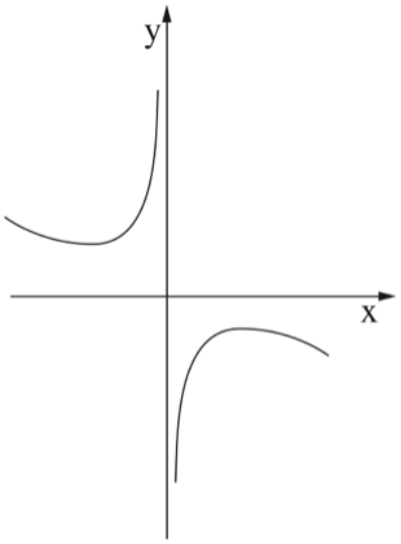
$\begin{cases} y = -3.5x + 11 \\ y = 2.5 \end{cases}$ ← $-3.5x + 11 = 2.5$

$-3.5x = -8.5 \quad /:-3.5$

$x = 2.42$

$B(2.42, 2.5)$

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٥ موعد ب - سؤال ٥



5. معطاة الدالّة $f(x)=\frac{1}{2}-\frac{x}{4}-\frac{4}{x}$ (انظر الرسم) .

أ. (1) ما هو مجال تعريف الدالّة $f(x)$ ؟

(2) ما هو خطّ التقارب العموديّ للدالّة $f(x)$ ؟

ب. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ،
وحدّد نوع هذه النقاط.

جـ. هل المشتقّة $f'(x)$ موجبة في النقطة التي فيها $x=6$ ؟
علّل.

أ. (1) $x\neq 0$

(2) $x=0$

ب. نجد النقاط القصوى للدالة :

$$f'(x)=-\frac{1}{4}-4\cdot-\frac{1}{x^2}=-\frac{1}{4}+\frac{4}{x^2}=0$$

$$\frac{4}{x^2}=\frac{1}{4}$$

$$x^2=16 \leftarrow x_1=4 \quad x_2=-4$$

نبني جدول بحث لايجاد نوع النقاط القصوى:

$(x=-5)$		$(x=-1)$		$(x=1)$		$(x=5)$	
$x<-4$	$x=-4$	$0>x>-4$	$x=0$	$4>x>0$	$x=4$	$x>4$	
سالب	0	موجب		موجب	0	سالب	$f'(x)$
↘	MIN	↗		↗	MAX	↘	$f(x)$

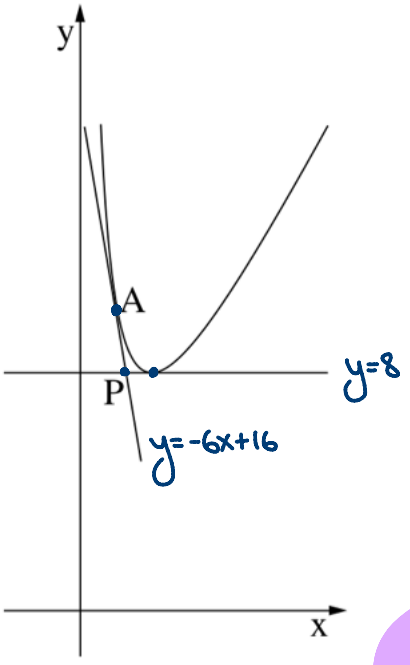
$f(-4)=\frac{1}{2}-\frac{-4}{4}-\frac{4}{-4}=2.5$ $\quad (-4, 2.5)$ MIN

$f(4)=\frac{1}{2}-\frac{4}{4}-\frac{4}{4}=-1.5$ $\quad (4, -1.5)$ MAX

جـ. حسب جدول البحث، $x=6$ بالمجال $x>4$ $\Leftarrow$ المشتقة سالبة وليست موجبة.

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠١٦ - سؤال ٥

5. معطاة الدالّة $f(x)=2x+\frac{8}{x}$ في المجال $x>0$ (انظر الرسم).



أ. مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة A التي فيها $x=1$.

(1) جد ميل المماسّ في النقطة A.

(2) جد معادلة المماسّ في النقطة A.

ب. جد إحداثيّات نقطة النهاية الصغرى للدالّة في المجال المعطى.

جـ. مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في نقطة نهايتها الصغرى.

(1) جد معادلة المماسّ في نقطة النهاية الصغرى للدالّة.

(2) المماسّان اللذان وجدتَ معادلتيهما يلتقيان في النقطة P (انظر الرسم).

جد إحداثيّات النقطة P.

أ. (1) ميل المماس في نقطة على دالة هي مشتقة الدالة في النقطة:

$f'(x)=2-\frac{8}{x^2}$

$m_{\text{مماس}}=f'(x=1)=2-\frac{8}{1^2}=2-8=-6$

(2) لدينا ميل من بند أ، $m=-6$. نجد الإحداثيات y للنقطة A:

$f(x=1)=2\cdot1+\frac{8}{1}=2+8=10$

نجد معادلة المماس: $A(1,10)$, $m=-6$

$y=mx+n$

$10=-6\cdot1+n$

$n=16$

المماس في A: $y=-6x+16$ ←

ب. نجد متى المشتقة تساوي 0: $f'(x)=2-\frac{8}{x^2}=0 \quad \backslash\cdot x^2$

$2x^2-8=0$

$2x^2=8$

$x^2=4$

$x=2,-2$

المجال المعطى $x>2$

$x=1$		$x=3$	
$2>x>0$	$x=2$	$x>2$	
سالب	0	موجب	f'
↘	MIN	↗	f
	(2,8)		

$f(2)=2\cdot2+\frac{8}{2}=4+4=8$

ج. (1) ميل المماس في نقطة مطوى هي 0. $m=0$ ⇐ $y=mx+n$

$8=0+n$

$n=8$

$y=8$ ⇐ $(2,8)$

(2) تقاطع الخطين: $\begin{cases}y=8\\y=-6x+16\end{cases}$ ←

$-6x+16=8$

$-6x=-8$

$x=1\frac{1}{3}$

$P(1\frac{1}{3},8)$ ←

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٦ - سؤال ٤

4. معطاة الدالّة $f(x) = \frac{x}{6} + \frac{6}{x} + 1$.

أ. اكتب مجال تعريف الدالّة.

ب. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة، وحدّد نوع هذه النقاط.

جـ. اكتب مجالات تصاعد ومجالات تنازل الدالّة.

أ. $x \neq 0$

ب. نجد متى المشتقة صفر: $f'(x) = \frac{1}{6} - \frac{6}{x^2} = 0 \longrightarrow \frac{1}{6} = \frac{6}{x^2} \quad \backslash \cdot 6x^2$

$x^2 = 36$

$x = 6, -6$

$f(6) = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} + 1 = 3 \quad (6,3)$

$f(-6) = \frac{-6}{6} + \frac{6}{-6} + 1 = -1 \quad (-6,-1)$

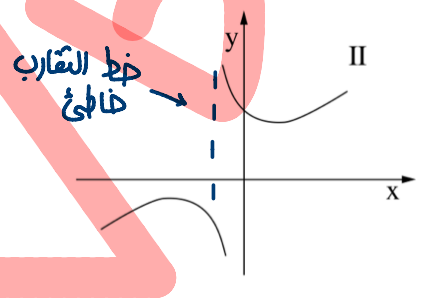
نبني جدول بحث:

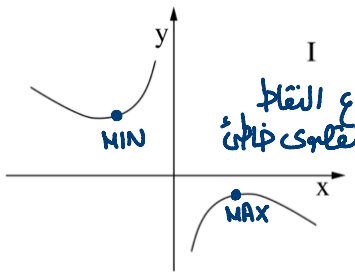
	$x=-7$		$x=-1$		$x=1$		$x=7$
	$x<-6$	$x=-6$	$0>x>-6$	$x=0$	$6>x>0$	$x=6$	$x>6$
$f'(x)$	موجب	0	سالب		سالب	0	موجب
$f(x)$	↗	$(-6,-1)$ MAX	↘		↘	$(6,3)$ MIN	↗

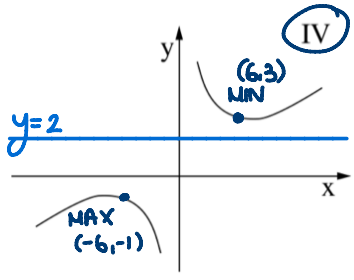
جـ. مجال تصاعدي: $x>6$ او $x<-6$ مجال تنازلي: $6>x>0$ او $0>x>-6$

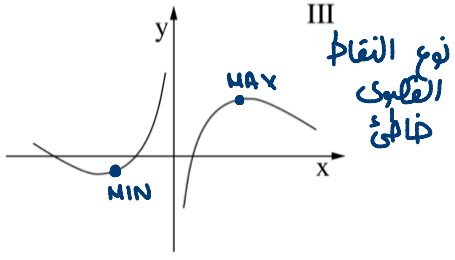
د. من بين الرسوم البيانيّة I ، II ، III ، IV التي أمامك، أيّ رسم بيانيّ هو للدالّة $f(x)$؟ علّل.

د. IV









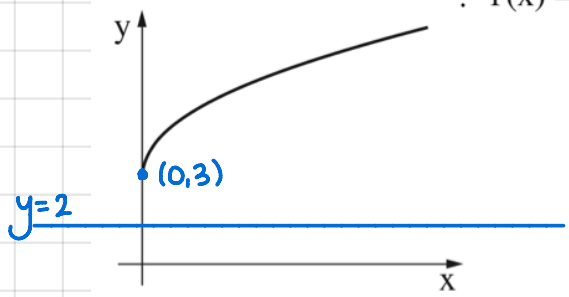
هـ. هل المستقيم $y = 2$ يقطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ ؟ علّل.

هـ. حسب الرسمة, لا.

© LEO School

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٦ موعد ب - سؤال ٤

4. الرسم الذي أمامك يصف الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)=2\sqrt{x}+3$.



أ. ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب. جد نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة مع المحور y .

جـ. اشتقّ الدالّة وبيّن أنّه لا توجد للدالّة نقاط قصوى داخليّة.

د. مرّروا مماسًّا للرسم البيانيّ للدالّة في النقطة التي إحداثيّها الـ x يساوي 1 .
جد معادلة المماسّ.

هـ. هل المستقيم $y=2$ يقطع الرسم البيانيّ للدالّة؟ علّل.

أ. الدالة هي دالة جذر، مجموع جذر عدد سالب . م.ت: $x\geq 0$

ب. تقاطع الدالة مع محور y، نعوّض $x=0$: $f(0)=2\cdot\sqrt{0}+3=3$ ← $(0,3)$

ج. $f'(x)=2\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}=0$ $\quad|\cdot 2\sqrt{x}$

$2=0$

∅ لا يوجد نقاط قصوى داخليه

د. مماس في نقطة $(1,\ )$ ← نجد النقطة، نعوّض $x=1$ بمعادلة الدالة: $f(x=1)=2\cdot\sqrt{1}+3=5$ ← $(1,5)$

نجد ميل المماس في النقطة $x=1$، نعوّض $x=1$ بمشتقة الدالة:
$f'(x)=2\cdot\frac{1}{2\sqrt{1}}=1$

نجد معادلة المماس: $(1,5)$

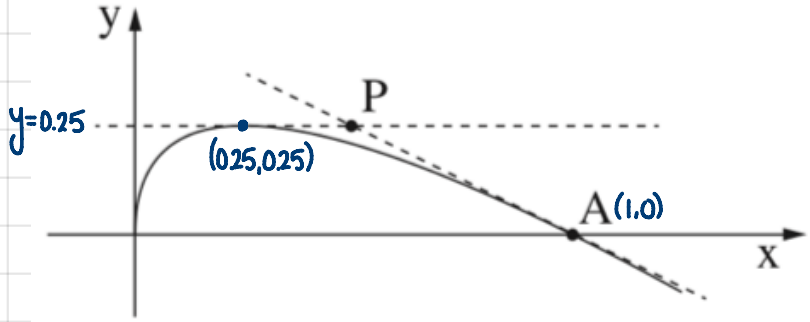
$y=mx+n$
$5=1\cdot 1+n$
$n=4$
$m=1$

$y=x+4$ ←

هـ. حسب الرسم، $y=2$ لا يقطع الدالة.

© YBO School

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - شتاء ٢٠١٧ - سؤال ٤



حساب التفاضل والتكامل

4. معطاة الدالّة $f(x)=\sqrt{x}-x$ (انظر الرسم) .

أ. ما هو مجال تعريف الدالّة؟

ب. جد إحداثيّات نقطة النهاية العظمى للدالّة .

مرّروا مستقيمًا يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في النقطة A التي فيها $x=1$ ،

ومرّروا مستقيمًا آخر يمسّ الرسم البيانيّ للدالّة في نقطة النهاية العظمى للدالّة (انظر الرسم) .

جـ. (1) جد معادلة المماسّ في النقطة A .

(2) جد معادلة المماسّ في نقطة النهاية العظمى للدالّة .

د. المماسّان اللذان وجدتَ معادلتيهما في البند "جـ" يلتقيان في النقطة P .

جد إحداثيّات النقطة P .

أ. $x\geq 0$

ب. نشتق الدالة ونجد نقاط القطوى :

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}-1}=0 \quad \backslash\cdot 2\sqrt{x}$$

$$1-2\sqrt{x}=0$$

$$1=2\sqrt{x} \quad \backslash:2$$

$$0.5=\sqrt{x} \quad {}^2$$

$$x=0.25 \longrightarrow f(0.25)=\sqrt{0.25}-0.25=0.25$$

نبني جدول بحث :

$x<0$	$x=0$	$(x=0.1)$ $0.25>x>0$	$x=0.25$	$x=1$ $x>0.25$	
		0.58	0	$-\frac{1}{2}$	f'
	نقطة طرف ايسر $(0,0)$	↗	MAX $(0.25,0.25)$	↘	f

$f(0)=\sqrt{0}-0$

ج 1. مماس للدالة في النقطة $A(1,0)$. ميل المماس هو مشتقة الدالة عندما $x_A=1$.

$$m_A=f'(1)=\frac{1}{2\sqrt{1}}-1=-0.5$$

⇐ معادلة المماس : $A(1,0)$ $m=-0.5$ $y=mx+n$

$0=-0.5\cdot 1+n$

$n=0.5$ ⇐ $y=-0.5x+0.5$

ج 2. في نقطة نهاية العظمى (MAX) ميل المماس هو 0 . معادلة المماس هو : $y=0.25$

د. P هي نقاطع الخطان البيانيان للمماسان بالبند ج1 و ج2 ⇐ $-0.5x+0.5=0.25$

$-0.5x=-0.25 \quad \backslash:-0.5$

$x=0.5$ ← $P(0.5,0.25)$

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٧ - سؤال ٤

4. معطاة الدالّة $f(x)=x-4+\frac{16}{x}$.

أ. اكتب مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقاط.

جـ. اكتب مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

هـ. هل توجد للرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ نقاط تقاطع مع المحور x ؟

إذا كانت إجابتك نعم – جد هذه النقاط، إذا كانت إجابتك لا – علّل.

أ. $x\neq 0$

ب. نشتق الدالة: $f'(x)=1+16\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)=1-\frac{16}{x^2}=0$

$1=\frac{16}{x^2} \quad \backslash\cdot x^2$

$x^2=16$

$x=4,-4$

$f(4)=4-4+\frac{16}{4}=4$

$f(-4)=-4-4+\frac{16}{-4}=-12$

نرتّب بجدول بحث:

$x=-5$		$x=-1$		$x=1$		$x=5$
$x<-4$	$x=-4$	$0>x>-4$	$x=0$	$4>x>0$	$x=4$	$x>4$
0.36	0	-15		-15	0	0.36
↗	$(-4,-12)$ MAX	↘		↘	$(4,4)$ MIN	↗

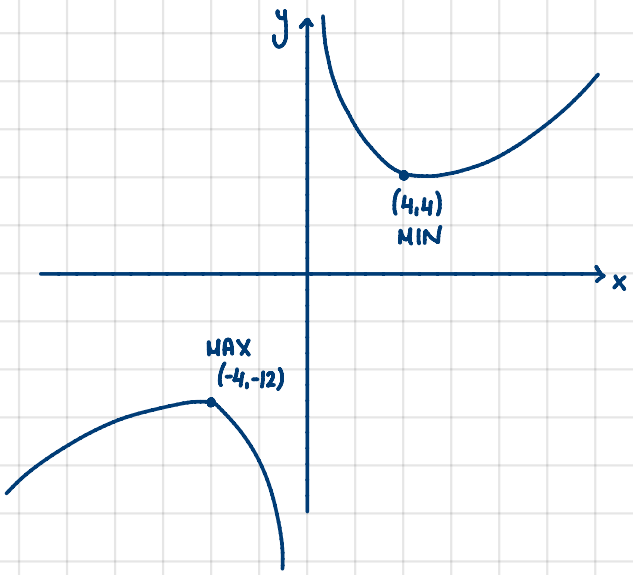
$f'(x)=1-\frac{16}{x^2}$

$f(x)=x-4+\frac{16}{x}$

ج. مجال تصاعدي: $x<-4$, $x>4$

مجال تنازلي: $0>x>-4$, $4>x>0$

د.



هـ. طريقة 1: حسب الرسمة: الرسمة للدالة لا تقاطع محور x

طريقة 2: نعوّض $y=0$ ، نجد تقاطع الدالة مع محور x:

$x-4+\frac{16}{x}=0 \quad \backslash\cdot x$

$x^2-4x+16=0$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16-4\cdot1\cdot16}}{2}\rightarrow\varnothing$

لا يوجد نقاط تقاطع

بجروت ٣ وحدات رياضيات - نموذج ٨٠٣ - صيف ٢٠١٧ موعد ب - سؤال ٤

4. معطاة الدالّة $f(x) = 3x - 6\sqrt{x} + 7$.

أ. جد مجال تعريف الدالّة $f(x)$.

ب. جد إحداثيّات النقطة القصوى الداخليّة للدالّة $f(x)$ ، وحدّد نوع هذه النقطة .

جـ. جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

د. جد إحداثيّات نقطة تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحور y .

هـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

و. هل الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يقطع المحور x ؟ علّل.

أ. $x \geq 0$

ب. نشتق الدالة $f'(x) = 3 - 6 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 3 - \frac{3}{\sqrt{x}} = 0$

$3 = \frac{3}{\sqrt{x}} \quad | \cdot \sqrt{x}$

$3\sqrt{x} = 3 \quad | ^2$

$9x = 9 \quad | :9$

$x = 1$

$f(1) = 3 \cdot 1 - 6\sqrt{1} + 7 = 4$

نرتّب بجدول بحث ← : $f'(x) = 3 - \frac{3}{\sqrt{x}}$

$x<0$	$x=0$	$0<x<1$ (x=0.5)	$x=1$	$x>1$ (x=2)
		-1.24	0	0.87
	نقطة طرف ايسر $(0,7)$	↘	MIN $(1,4)$	↗

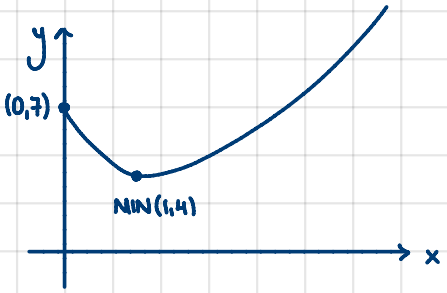
f

$f(0) = 3 \cdot 0 - 6\sqrt{0} + 7$

ج. مجال تصاعدي $x>1$ ، مجال تنازلي $0<x<1$

د. تقاطع الدالة مع محور y ، نعوض $x=0$ (موجود بالجدول) : $(0,7)$

هـ.



و. كلا ، حسب الرسمة البيانية للدالة بالبند "هـ" لا يوجد نقاط تقاطع مع محور x .