

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים,
טריגונומטריה במרחב,
מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
(2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
(3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים.
שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.

ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

/המשך מעבר לדף/

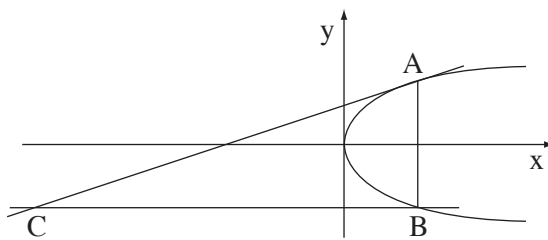
ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1. A ו- B הן נקודות כלשהן על

הפרבולה $y^2 = 2px$, $p > 0$

כך שהמיתר AB מקביל לציר ה- y .

יש, המשיק לפרבולה בנקודה A,

חותך בנקודה C את הישר שעובר

דרך הנקודה B ומקביל לציר ה- x (ראה ציור).

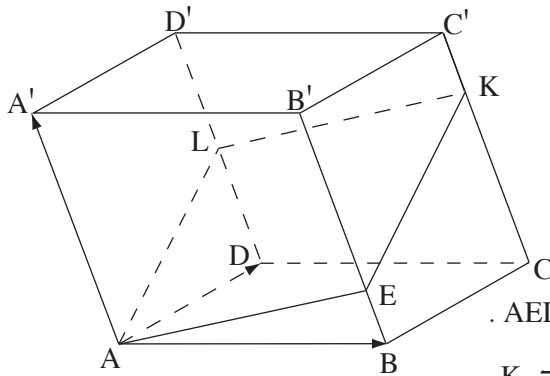
א. (1) הבע באמצעות p את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות C הנוצרות באופן שתואר.

(2) סרטט במערכת צירים את המקום הגאומטרי שאת משוואתו מצאת.

ב. נתון כי שיעור ה- y של נקודה C, הנמצאת על המקום הגאומטרי שאת משוואתו

מצאת, הוא $y = -2p$.

חשב במקרה זה את הזווית שבין המשיק לפרבולה CA ובין ציר ה- x .



2. נתון מקבילון $ABCD A'B'C'D'$

(גוף שכל פאותיו הן מקבילות).

נקודה L היא אמצע המקצוע DD' .

נקודה E נמצאת על המקצוע BB'

$$\text{כך ש- } \frac{B'E}{EB} = 3.$$

נתון כי המקצוע AA' מאונך למישור AEL.

המישור חותך את המקצוע CC' בנקודה K

(ראה ציור).

$$\text{נסמן: } \overline{AB} = \underline{u}, \quad \overline{AD} = \underline{v}, \quad \overline{AA'} = \underline{w}, \quad \overline{CK} = m\overline{CC'}$$

א. מצא את הערך של m.

ב. נתון כי ההצגה הפרמטרית של הישר CC' היא $\underline{x} = (4, 5, 8) + t(1, -1, 2)$,

הנקודה $(2, -1, 3)$ נמצאת במישור AEL, ושיעורי הקדקוד C' הם $(x, y, 0)$.

מצא את מרחק הקדקוד C מהמישור AEL.

3. הם שלושה מספרים מרוכבים שונים הנמצאים על ישר אחד שעובר

דרך ראשית הצירים. z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון, ו- z_3 נמצא ברביע השלישי.

$$\text{נסמן } z_1 = r_1 (\cos \alpha + i \sin \alpha)$$

א. האם המנה $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$ היא מספר ממשי, מספר מדומה טהור או מספר שהוא לא ממשי

ולא מדומה טהור? נמק.

$$\text{נתון גם כי } z_1 \text{ ו- } z_3 \text{ נמצאים על מעגל היחידה, ו- } \left| \frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3} \right| = \frac{1}{2}$$

ב. חשב את הערך המוחלט של z_2 .

ג. z_4 הוא הצמוד של z_1 .

הבע באמצעות α את שטח המשולש הנוצר על ידי הנקודות z_1, z_3, z_4 .

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונות שלוש פונקציות, I, II, III :

$$\text{I. } y = -2x + 4 \quad \text{II. } y = \ln x \quad \text{III. } y = \ln x + 2x - 4$$

א. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות, ומצא את האסימפטוטות שלהן המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ב. (1) סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה I וסקיצה של גרף

הפונקציה II. ציין מספרים על ציר ה- x .

(2) הסבר מדוע נקודת החיתוך בין הגרפים של הפונקציות I ו-II חייבת להימצא

בתחום $1 < x < 2$.

ג. (1) מצא תחומי עלייה וירידה של הפונקציה III (אם יש כאלה).

(2) ציין בין אילו ערכי x שלמים ועוקבים נמצאת נקודת החיתוך של גרף

הפונקציה III עם ציר ה- x . נמק.

(3) לגרפים שסרטטת בתת-סעיף ב (1), הוסף בקו מרוסק (---) סקיצה של

גרף הפונקציה III.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציה II, על ידי הגרף של פונקציה III

ועל ידי הישרים $x = 1.5$ ו- $x = 2.5$.

/המשך בעמוד 5/

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (1+x)e^{-x}$.

א. הראה כי $f'(x) = -xe^{-x}$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם יש כאלה).

ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. הראה כי עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^a f(x) dx < e$.

ו. (1) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי ציר ה- y .

(2) הסבר מדוע עבור $a > 0$ מתקיים $\int_{-1}^a f(x) dx > e - 2$.

בהצלחה!