

الدالة التربيعية - براهين بالتمثيل العام

$$y = ax^2 + bx + c \quad a \neq 0$$

الدستور هو قانون لحل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ $a \neq 0$

(لإيجاده نقاط تقاطع الدالة مع محور x)

برهان الدستور

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \div : a$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \sqrt{\quad}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \left| -\frac{b}{2a} \right.$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

النقاط:

$$\left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right) \quad \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$$

نسمي هذا الرمز بـ "الدلتا" وبالعربية المميز: $\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$	الشرط
لا يوجد نقاط صفرية للدالة $x = \frac{-b \pm \sqrt{\text{عدد سالب}}}{2a} \rightarrow \emptyset$	يوجد للدالة نقطة صفرية واحدة $x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} = -\frac{b}{2a} \rightarrow \left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$	يوجد للدالة نقطتين صفريتين	بالنسبة لإيجاده النقاط الصفرية لدالة تربيعية $y = ax^2 + bx + c$
لا يوجد حل حقيقي للمعادلة	يوجد حل حقيقي واحد (حل مضاعف) للمعادلة	يوجد حلين حقيقيين مختلفين للمعادلة	بالنسبة لحل معادلة $ax^2 + bx + c = 0$

محور التماثل هو خط يمر بنقطة القصى للدالة التربيعية ويوازي محور y

إذا علم لنا نقطتين متماثلتين على الدالة التربيعية، معدل إحداثيي الـ x هو محور التماثل.
النقاط الصفرية من قانون الدستور هما نقاط متماثلتين.

$$\left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right) \quad \left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, 0\right)$$

نجد محور التماثل:

$$\text{محور التماثل } x = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) : 2$$

$$\text{محور التماثل } x = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right) : 2$$

$$\text{محور التماثل } x = \left(\frac{-2b}{2a}\right) : 2$$

$$\text{محور التماثل } x = \left(\frac{-b}{a}\right) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\text{محور التماثل } x = \frac{-b}{2a}}$$