

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
 ב. בגרות לנבחנים אקסטראניים  
 מועד הבחינה: תשע"ב, מועד ב  
 מספר השאלון: 316,035806  
 נספח: דפי נוסחאות ל-5 יחידות לימוד

## מתמטיקה

### 5 יחידות לימוד – שאלון ראשון

#### הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים.
- |           |   |                            |   |                           |   |                         |
|-----------|---|----------------------------|---|---------------------------|---|-------------------------|
| פרק ראשון | — | אלגברה והסתברות            | — | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | — | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שני   | — | גאומטריה וטריגונומטריה     |   |                           |   |                         |
| פרק שלישי | — | במישור                     |   |                           |   |                         |
| פרק שלישי | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי | — | $16 \frac{2}{3} \times 2$ | — | $33 \frac{1}{3}$ נקודות |
|           |   |                            |   |                           | — | סה"כ 100 נקודות         |
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות.
  - שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
  - דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
  - התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
  - הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
  - לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

**ב ה צ ל ח ה !**

## ה ש א ל ו ת

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה והסתברות (33 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. רוכב אופנוע יצא מ־A, ובאותה שעה יצא רוכב אופניים מ־B. הם רכבו זה לקראת זה ונפגשו בדרך.

רוכב האופנוע הגיע ל־B כעבור  $\frac{1}{4}$  שעה מרגע הפגישה, ורוכב האופניים הגיע ל־A כעבור 4 שעות מרגע הפגישה. (מהירויות הרוכבים היו קבועות.)

א. מצא את היחס בין המהירות של רוכב האופנוע למהירות של רוכב האופניים.

ב. נתון כי המרחק בין A ל־B גדול מ־90 ק"מ.

מצא באיזה תחום מספרים נמצאת המהירות של כל אחד מהרוכבים.

(מהירות רוכב האופנוע אינה עולה על 120 קמ"ש.)

2. נתונה סדרה הנדסית  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

א. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי לכל  $n$  טבעי מתקיים

$$a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_n^2 = (a_1 \cdot a_n)^n$$

ב. נתון:  $a_1^4 \cdot a_6^4 = 1,048,576$ .

$$(1) \quad a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_6^2$$

$$(2) \quad \text{נתון גם כי } a_1 = 1.$$

$$\text{חשב את גודל המכפלה } a_1^2 \cdot a_2^2 \cdot a_3^2 \cdot \dots \cdot a_7^2.$$

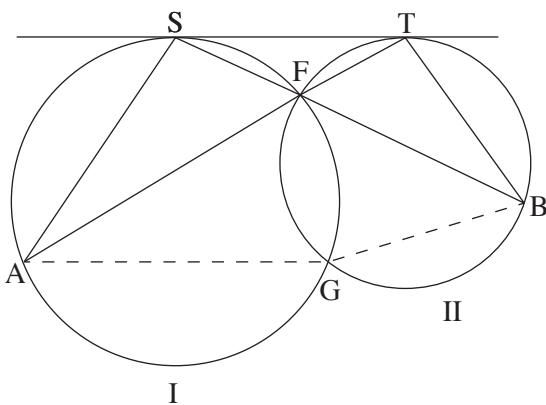
הערה: אתה רשאי להשאיר בתשובתך חזקות.

3. נערך סקר בקרב מספר גדול של סטודנטים (בנים ובנות).  
 חצי מהסטודנטים המשתתפים בסקר היו בנים.  
 בסקר נמצא כי מספר הבנות הסובלות מרעש גדול פי 3 ממספר הבנים הסובלים מרעש.  
 נמצא גם כי 5% מבין הבנים סובלים מרעש.  
 א. ידוע כי אחד המשתתפים בסקר שנבחר באקראי, סובל מרעש.  
 מהי ההסתברות שהנבחר הוא בת?  
 ב. בחרו באקראי 5 סטודנטים מבין משתתפי הסקר.  
 ידוע כי לכל היותר 2 מבין 5 הסטודנטים שנבחרו באקראי, סובלים מרעש.  
 מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם סובל מרעש?

**פרק שני — גאומטריה וטריגונומטריה במישור** (33  $\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה —  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

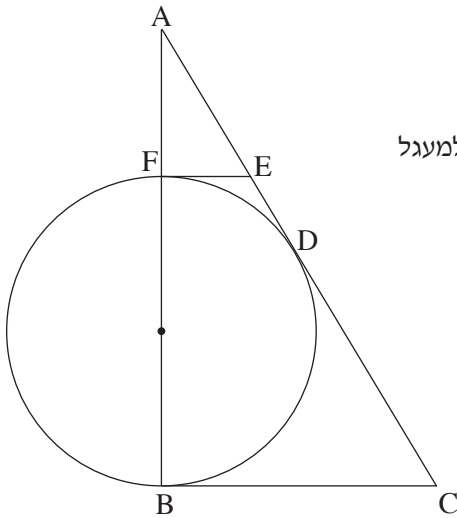


4. שני מעגלים I ו-II נחתכים  
 בנקודות G ו-F.  
 הישר ST משיק למעגל I בנקודה S,  
 ולמעגל II בנקודה T.  
 המשך SF חותך את מעגל II  
 בנקודה B, והמשך TF חותך את  
 מעגל I בנקודה A (ראה ציור).

א. הוכח כי  $\frac{ST}{AS} = \frac{TB}{ST}$ .

ב. (1) הוכח כי  $\sphericalangle AGF = \sphericalangle SFA + \sphericalangle SAF$ .

(2) הוכח כי אם הנקודות A, G ו-B נמצאות על ישר אחד, אז  $\sphericalangle SFA = 60^\circ$ .



5. הצלעות CA ו- CB של המשולש ABC משיקות

למעגל בנקודות D ו- B בהתאמה.

קוטר המעגל FB מונח על הצלע AB.

נקודה E נמצאת על הצלע AC כך ש- EF משיק למעגל (ראה ציור).

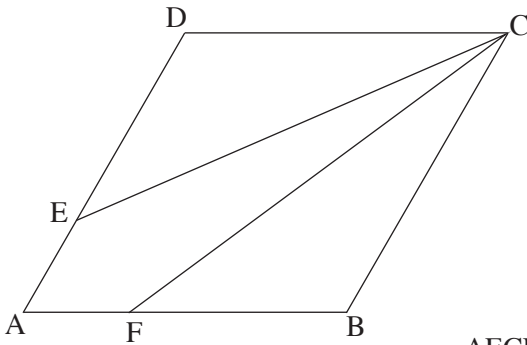
א. האם המרובע FEDB הוא בר חסימה במעגל? נמק.

נתון:  $AE = 5$  ס"מ,  $EC = 15$  ס"מ.

ב. הוכח כי  $CB + EF = ED + CD$ .

ג. חשב את האורך של EF. נמק.

ד. חשב את גודל הזוויות במשולש FDB.



6. נתון מעוין ABCD. E ו- F הן נקודות

על הצלעות AD ו- AB בהתאמה

כך ש-  $AE = AF$  ו-  $FB = 2AF$ .

נתון כי  $\angle DCB = 60^\circ$ .

א. מצא את גודל הזווית FCB.

ב. נתון כי אורך האלכסון AC הוא b.

הבע באמצעות b את היקף המרובע AECF.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,  
של פונקציות שורש, של פונקציות רציונליות  
ושל פונקציות טריגונומטריות** ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה –  $16\frac{2}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7. נתונה הפונקציה  $f(x) = \cos^3(3x - \pi)$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$  מצא:

(1) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. (1) הוכח כי הפונקציה זוגית.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום  $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .

ג. רשום את משוואות הישרים המשיקים לגרף הפונקציה בתחום  $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ ,

ומאונכים לציר ה- $y$ .

8. נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-9}}$ .

א. מצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

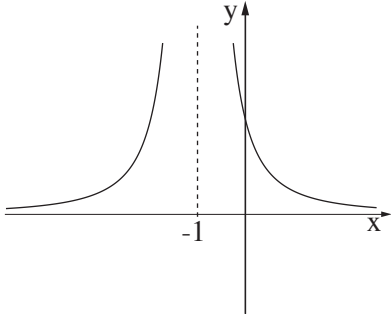
(3) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

(4) את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא את הסימן של האינטגרל המסוים  $\int_k^t f'(x) dx$  ( $k < t$ ), אם נתון

כי  $k$  ו- $t$  גדולים מ-3. נמק.



9. הפונקציה  $f(x)$  היא פונקציית מנה

המוגדרת עבור  $x \neq -1$ .

בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה  $\cup$

וכלפי מטה  $\cap$  של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ב. נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש שתי

אסימפטוטות בלבד:  $x = -1$ ,  $y = 1$ .

גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $y$  בנקודה שבה  $y = -1$ .

סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , על פי תשובתך לסעיף א ועל פי הנתונים שבסעיף ב.

ג. נתון גם  $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ .

$a, b, c, d$  הם פרמטרים שונים מאפס.

(1) הבע באמצעות  $a, b, c, d$ .

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = 1$

ועל ידי הצירים.

**בהצלחה!**

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך