

מתמטיקה

5 יחידות לימוד – שאלון שני

תכנית ניסוי

(שאלון שני לנבחנים בתכנית ניסוי, 5 יחידות לימוד)

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים
פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
— $33\frac{1}{3} \times 2$ — $66\frac{2}{3}$ נקודות
— $33\frac{1}{3} \times 1$ — $33\frac{1}{3}$ נקודות
— סה"כ 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמסגיחים. שימוש בטיטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.**

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. נתון משולש ABC ששטחו $12\frac{1}{2}$.

קדוקדי המשולש B ו-C מונחים על הישר $y = x + 1$.

שיעורי הקדקוד A הם (12,3).

P היא נקודת החיתוך של התיכונים במשולש. שיעור ה-y של P הוא $5\frac{1}{2}$.

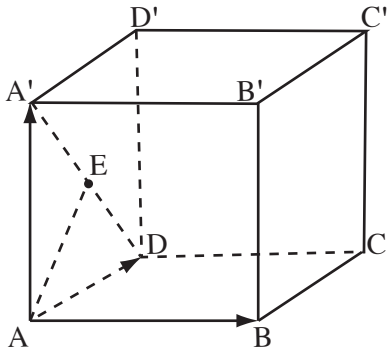
א. מצא את השיעורים של שני הקדקודים האחרים במשולש ABC.

ב. מעבירים ישר המקביל לצלע BC, וחותך את הצלעות האחרות (ולא את המשכיהן)

בנקודות D ו-E.

האורך של DE הוא $\sqrt{8}$.

מצא את משוואת הישר DE.



2. נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

נסמן: $\vec{AA'} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$

נתון: $|\underline{v}| = 1$ $|\underline{u}| = |\underline{w}| = 2$

נקודה F מקיימת $\vec{BF} = t \vec{BC}$.

t הוא פרמטר.

הנקודה E היא אמצע האלכסון $A'D$.

א. הראה כי לא קיים ערך של t

שעבורו $\angle EAF = 30^\circ$.

ב. (1) מצא את הערך של t שעבורו $\cos \angle EAF = \frac{1}{5}$.

(2) היכן נמצאת הנקודה F עבור הערך של t שמצאת: בתוך הקטע BC,

באחד מקצות הקטע BC או מחוץ לקטע BC? נמק.

ג. אם EF מקביל למישור הפאה $ABB'A'$, מצא את היחס שבו הנקודה F

מחלקת את הקטע BC. נמק.

ד. האם נפח הפירמידה AEDF תלוי בערך של t? אם כן – הסבר מדוע.

אם לא – חשב את נפח הפירמידה.

/המשך בעמוד 4/

3. נתונה סדרה: $i, i^2, i^3, \dots, i^n, \dots$

א. הראה כי כל איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי קדקודי ריבוע החסום במעגל היחידה (מעגל שרדיוסו 1 ומרכזו בראשית הצירים).

ב. (1) הראה כי סכום $4n$ האיברים הראשונים בסדרה הוא מספר ממשי.

(2) מצא את הסכום של 19 האיברים הראשונים בסדרה.

ג. נתונה סדרה של n מספרים מרוכבים: $z_1, z_2, z_3, \dots, z_n$

איברי הסדרה מיוצגים במישור גאוס על ידי n קדקודים של מצולע משוכלל בעל n צלעות החסום במעגל היחידה.

איברים עוקבים בסדרה מייצגים קדקודים סמוכים במצולע נגד כיוון השעון. נתון גם כי $z_1 = 1$.

(1) רשום בהצגה קוטבית את האיבר z_n (הבע באמצעות n).

(2) רשום משוואה שפתרונותיה מיוצגים על ידי n הקדקודים של המצולע המשוכלל.

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות(33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{1}{3}x$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?ב. M ו- N הן נקודות על גרף הפונקציה $f(x)$, ששיעורי ה- x שלהן שונים מאפס.שיעור ה- x של M הוא x_0 , ושיעור ה- x של N הוא $-x_0$.הוכח כי שיפוע הישר שמשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 0$,שווה לשיפוע הקטע MN .ג. מצא את האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ המקבילות לצירים

(אם יש כאלה).

ד. (1) מצא עבור אילו ערכי x פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא שלילית.(2) מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי שני הצירים.

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(x^2 + a)$, a הוא פרמטר, $a > 0$.

לגרף הפונקציה יש שיפוע מקסימלי ושיפוע מינימלי בנקודות שבהן $y = 3\ln 2$.א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.ב. מצא את הערך של a .ג. מצא את גודל השיפוע המקסימלי של $f(x)$, ואת גודל השיפוע המינימלי של $f(x)$.הצב $a = 4$, וענה על סעיף ד.ד. (1) מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.(2) מצא את תחומי הקעירות כלפי מעלה \cup וכלפי מטה \cap של הפונקציה $f(x)$.(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.**בהצלחה!**